И.Ш.Коган

ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН
(АЛЬТЕРНАТИВНАЯ МЕТРОЛОГИЯ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН)

Аннотация. Размерности и единицы величин периодических процессов, принятые в современной физике, и связанная с ними терминология вносят большую и вредную путаницу в этот раздел физики. Большую долю ответственности за это несет так называемый "корпускулярно-волновой дуализм", представляющий сейчас лишь исторический интерес, а также те, кто, внедряя математические методы в физику, забывают о физике явлений. Введение в метрологию новых основных величин устраняет метрологические и терминологические недостатки, позволяя по-новому взглянуть на физическое содержание величин колебаний и волн.

Содержание

1. Три варианта единиц частоты и фазы колебаний.

Терминология и метрология величин периодических процессов пришла к тому неопределенному виду, в каком она выглядит сейчас постепенно. И наибольшую долю ответственности за это несут создатели СИ. Достаточно взглянуть на таблицу 1, в которой указаны <u>три варианта представления в СИ двух главных физических величин</u>, характеризующих любой периодический процесс: **фазу** и **частоту**.

Таблица 1 Фаза и частота колебаний

№ вар.	Фаза				Частота			
	Термин	Символ	Раз-мер-ность	Еди-ница	Термин	Определ. уравнение	Раз-мер-ность	Еди-ница
1	Число периодов	N	-	1	Частота колебаний	$f = N/\Delta t$	T^{-1}	с$^{-1}$ (Гц)
2	Один период		-	1		$f = T^{-1}$	T^{-1}	с$^{-1}$ (Гц)
3	Фаза колебаний	$\omega_0 t + \varphi_0$	-	рад	Угловая частота	$\omega_0 = \mathrm{d}\varphi_0/\mathrm{d}t$	T^{-1}	рад с$^{-1}$

Понятно, что наличие нескольких вариантов обозначений, определяющих уравнений и единиц для одной и той же физической величины недопустимо:

1. либо должен быть один вариант, и следует пересмотреть метрологию периодических процессов,

2. либо следует признать, что разные варианты описывают разные явления,

3. либо существуют разные способы описания одного и того же явления, и это не учитывается в метрологии.

2. Комментарии к Таблице 1 единиц фазы и частоты

Частота в любом их трех представленных вариантов имеет в СИ размерность T^{-1}. Но размерность величины не может быть равна размерности основной величины в отрицательной степени. Ведь при этом теряется смысл понятия "основная величина". Указанное противоречие можно устранить лишь признанием того, что число периодов колебаний является частным случаем числа структурных элементов (количества объектов) периодического процесса. А количество объектов "можно рассматривать как основную величину в любой системе величин" (Международный словарь по метрологии, JCGM 200:2012, п.1.4, прим.3).

В Таблице 2 (в конце статьи) число периодов колебаний (строка 3) является частным случаем основной величины "количество объектов" с размерностью N и единицей период (пер). Частота колебаний определяется только уравнением $f = N/\Delta t$, где Δt − время, за которое совершается N периодов. И тогда частота колебаний (строка 12 Таблицы 2) имеет размерность NT^{-1} и единицу пер $с^{-1}$. Именно эта единица и может быть заменена именованной единицей Гц (Герц).

В Таблице 1 **частота колебаний** в СИ при одной и той же размерности T^{-1} имеет два разные названия, что послужило причиной говорить о многоликости частоты колебаний. Но многоликость частоты является следствием многоликости **фазы колебаний**. Именно фаза колебаний трактуется в СИ в трех разных вариантах, показанных в Таблице 1.

1. В виде **целого числа периодов** колебаний N за рассматриваемый интервал времени Δt ;

2. В виде **одного отдельно взятого периода** колебаний, причем в СИ под словом "период" понимается не структурный элемент периодического процесса, а длительность периода T, измеряемая в секундах. Причем термин "**длительность периода**" совершенно необоснованно сокращен в физике до одного слова "период", хотя период − это физическая величина, оцениваемая не временем, а числом структурных элементов.

3. В виде **нецелого числа** ($\omega_0\ t + \varphi_0$), где ω_0 названа в СИ **угловой частотой**, а φ_0 назван **начальной фазой** (частью периода). На самом деле ω_0 − это не частота колебаний, а угловая скорость вращения радиус-вектора на векторной диаграмме, а φ_0 − это начальный угол поворота радиус-вектора. Замена фазы колебаний углом поворота радиус-вектора привела к появлению единицы **радиан** для описания процесса колебаний. Даже в тех случаях, когда при колебаниях нет никакого вращательного движения.

Различие в вариантах, представленных в Таблице 1, состоит в том, что рассматриваются разные способы описания периодического процесса. Описывается либо **непрерывный периодический процесс**, при котором одно колебание может делиться на любые доли, либо **квантуемый периодический процесс**, при котором учитывается только целое число периодов колебаний.

Не учитывается, что при эмиссии (испускании) элементарных частиц (квантов) с определенной частотой испускания (строка 13 Таблицы 2) колебаний нет, Каждый факт испускания частиц (строка 2) рассматривается как один структурный элемент процесса испускания, не являющегося, строго говоря, периодическим процессом, ибо промежутки времени между фактами испускания не одинаковы. Поэтому в строке 13 рассматривается среднестатистическое значение частоты испускания с единицей квант $с^{-1}$.

Проанализируем последовательно все три варианта представления фазы и частоты колебаний в Таблице 1 с указанием присущей каждому варианту особенности. Причем определения последних двух вариантов мы будем цитировать по метрологическому справочнику [1].

3. Частота квантуемого периодического процесса.

Первый вариант Таблицы 1 рассматривает **квантуемый периодический процесс**. В нем учитывается только целое число периодов колебаний N, прошедшее за соответствующий им интервал времени Δt. Частотой в данном варианте является отношение **числа периодов** к отсчитанному интервалу времени Δt . Начальная фаза в этом варианте не рассматривается вообще. Стандарт 1987 года рекомендует определять частоту в этом варианте как ”*число периодов колебаний в единицу времени*”.

При применении метода векторных диаграмм, отображенного в третьем варианте Таблицы 1, фаза колебаний соответствует целому числу кругов, описанных радиус-вектором на ортогональной плоскости координат (на векторной диаграмме). Отсюда происходит не рекомендуемый в СИ термин – **круговая частота** колебаний. С введением понятия “цикл колебаний“ (от греческого слова “kiklos”, то есть круг, оборот) и единицы измерений **цикл** связано применение еще одного термина **циклическая частота** колебаний, также не рекомендуемого в СИ. Сейчас угловую скорость радиус-вектора совершенно неверно назвали в СИ **угловой частотой** (строка 20 Таблицы 2).

Применительно к вращению радиус-вектора на векторной диаграмме для подсчета числа его полных оборотов следует применить единицу “**оборот**” (об). Но эта единица в СИ не рекомендуется по непонятным причинам.

4. Последствия игнорирования единицы количества объектов.

Второй вариант Таблицы 1 связан с отказом от применения для числа периодов колебаний не только своей собственной единицы, но и вообще каких-либо единиц. В стандарте ГОСТ 7601-78, предназначенном для электромагнитных колебаний, приведено такое определение частоты колебаний: “*Частота колебаний – величина, обратная периоду*”. Правильнее было бы написать: “величина, обратная длительности периода”. Естественно, что согласно такому определению единица частоты во втором варианте оказалась равной $с^{-1}$. Период колебаний определен по этому стандарту, как “*интервал времени, в течение которого фаза гармонических колебаний изменяется на 2π*”. Но в определении частоты колебаний, приведенном в том же стандарте ГОСТ 7601-78, об интервале времени ничего не говорится.

В определении ГОСТ 7601-78 объединены два принципиально разные понятия: “**период колебаний**” и “**длительность периода колебаний**”. Период колебаний – это структурный элемент периодического процесса, а длительность периода - это интервал времени. Упразднение слова “длительность” недопустимо. Размерность Т и единица секунда применимы лишь в случае оценки длительности всего периодического процесса. А длительность одного периода должна иметь размерность TN^{-1} и единицу с $пер^{-1}$. Величина, обратная длительности периода колебаний, и есть частота колебаний с размерностью $T^{-1}N$ и единицей пер $с^{-1}$.

В стандарте ГОСТ 7601-78 отсутствует внутренняя логика. В нем при определении частоты колебаний, как величины, обратной периоду колебаний, исчезло физическое содержание самой частоты колебаний. Осталась только словесная формулировка, из которой исчезло упоминание о ”числе периодов”.

Нечто похожее сохранилось лишь в терминах ”период обращения” и ”частота обращения”, сохранившихся в астрономии и в атомной физике. Там под частотой обращения понимают число оборотов в секунду. Например, в уравнении для определения орбитального момента электрона в физике применяют понятие частоты обращения электрона по орбите, измеряемой в об с$^{-1}$. Но при этом указывают, что единица об с$^{-1}$ считается в СИ устаревшей.

Что касается термина "период", так это одно из названий единицы основной величины, которая в последней редакции Международного метрологического словаря JCGM 200:2012 называется number of entities, что в русском переводе звучит, как количество объектов, хотя точнее это переводится как количество сущностей.

В процессе испускания частиц нет колебаний, это случайный процесс, что подтверждено опытом Боте еще в 1925 году. Следовательно, в нем не должно быть таких понятий, как частота колебаний, число периодов колебаний и длительность одного периода. Эти понятия должны быть заменены средней частотой испускания частиц (строка 13 Таблицы 2), числом испущенных частиц (строка 4) и интервалом времени между испусканиями отдельных частиц. При этом частота испускания и интервал времени между испусканиями определяются по их среднестатистическим значениям.

Жаль, что в квантовой оптике и при других более высокочастотных процессах применяется та же терминология, что и при колебаниях. Спектр электромагнитного излучения должен быть ограничен по частоте инфракрасным излучением. А видимый свет, рентгеновское излучение и γ-излучение - это уже процессы испускания частиц. Это заметил М.Планк еще в самом начале ХХ века, но физика до сих пор не желает менять терминологию.

5. Последствия применения метода векторных диаграмм.

Третий вариант Таблицы 1 связан с математической интерпретацией гармонических колебаний с помощью **метода векторных диаграмм**. В этом методе используется мысленное равномерное вращение на плоскости ортогональных координат радиус-вектора, значение которого соответствует значению амплитуды гармонических колебаний, а фаза гармонических колебаний интерпретируется, как угол поворота этого радиус-вектора. При такой интерпретации проекция конца радиус-вектора на координатную ось совершает линейное перемещение в соответствии с уравнением гармонических колебаний:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1)$$

где A – **амплитуда колебаний**; x – текущее значение колеблющейся величины, пропорциональное амплитуде колебаний; $(\omega_0 t + \varphi_0)$ – **фаза** гармонических колебаний, равная углу поворота радиус-вектора; ω_0 – угловая скорость вращения радиус-вектора, называемая **угловой частотой** гармонических колебаний (называется также **собственной частотой** осциллятора); φ_0 – **начальная фаза колебаний**, равная начальному углу поворота радиус-вектора.

Приведенное нами уравнение (1) отличается от аналогичного уравнения гармонических колебаний, приведенного в стандарте ГОСТ 7601-78, только наличием нижнего индекса "$_0$" у частоты и начальной фазы. В различных учебниках и справочниках этот индекс то применяется, то отсутствует. Чаще всего отсутствует. Однако этот индекс обязательно следует применять, чтобы отличать друг от друга разные величины: физическую величину ω – угловую скорость вращающегося тела – от математической величины ω_0 – угловой частоты вращения радиус-вектора, а также для того, чтобы отличать реальный угол поворота вращающегося тела φ от абстрактного угла поворота радиус-вектора на векторной диаграмме φ_0 .

Интерпретировать гармонические колебания только вращательной формой движения нельзя. Ведь колебания могут быть любой природы, в том числе и прямолинейные (например, звуковые), которые исключают вращение. (Лишь крутильные колебания связаны с вращением тела.)

6. Термин "угловая частота" неверен.

Анализ единиц аргумента тригонометрической функции в уравнении (1) показывает: если угол поворота φ_0 измеряется в радианах, а угловая скорость радиус-вектора ω_0 , называемая угловой частотой, измеряется в рад $с^{-1}$, то применение для угловой частоты единицы $с^{-1}$ приводит к несоблюдению правила размерностей в аргументе тригонометрической функции.

Проанализируем имеющиеся определения угловой частоты. Согласно Большой Советской Энциклопедии – это "*число полных колебаний, совершающихся при периодическом колебательном процессе за 2π единиц времени*". Это определение характеризует первый вариант Таблицы 1. В метрологическом справочнике [1] угловая частота – это "*производная по времени от фазы гармонических колебаний, равная частоте колебаний f , умноженной на 2π*", и это определение относится уже к третьему варианту. Таким образом, приведенные два определения не совпадают друг с другом. Уравнение $\omega_0 = 2\pi f_0$ верно лишь в том случае, если частота колебаний f_0 имеет единицу, равную $с^{-1}$, а число π имеет единицу радиан (в СИ число π считается безразмерным).

Допустим, что за основу взято определение из БСЭ. Будем считать, что число полных периодов колебаний имеет размерность N и единицу период, а частота колебаний f_0 имеет размерность NT^{-1} и единицу пер $с^{-1}$. Тогда число π должно иметь размерность AN^{-1} и единицу об $пер^{-1}$ (в СИ это соответствовало бы единице рад $пер^{-1}$).

Заметим попутно, что при переходе к изучению волнового движения, электромагнитного излучения и атомной физики из термина "угловая частота колебаний" незаметно исчезает слово "угловая", остается просто "частота колебаний" (или "частота излучения"). И приходится задумываться, о какой же частоте идет речь: об ω_0 или об f_0 . Особенно трудно определиться, когда в тексте отсутствует символ, обозначающий частоту.

И еще. Собственная частота осциллятора иногда записывается в виде $\omega_0 = (D/I)^{1/2}$ или в виде $\omega_0 = (CI)^{-1/2}$, где D – жесткость, C – ѐмкость, I – инертность осциллятора. Такая запись неверна, так как анализ размерностей показывает, что в этом случае размерность ω_0 равна T^{-1} , а единица равна $с^{-1}$, что не совпадает с единицей угловой частоты ω_0 , равной рад $с^{-1}$. Можно, конечно, поделить ω_0 на 2π, которое в СИ безразмерно, и получить собственную частоту осциллятора в виде f_0 с размерностью T^{-1} и единицей $с^{-1}$. Но тогда получится, что у собственной частоты колебаний и угловой частоты колебаний одни и те же размерность и единица. Зачем же тогда было вводить разные термины?

Складывается впечатление, что совпадение символов угловой скорости и угловой частоты не случайно. Автору случалось встретить в литературе и такое определение угловой частоты: "*Угловая частота – это модуль векторной величины угловая скорость*". Или даже такое: "*Термин вектор угловой частоты ω используется как синоним векторной величины угловая скорость*". Ясно, что авторы таких определений не понимают разницы между угловой скоростью радиус-вектора, как математической величины, применяемой в методе векторных диаграмм, и угловой скоростью тела, характеризующей реальное вращение тела.

Возможно, имеется еще одна причина возникновения термина "угловая частота колебаний", уже чисто метрологическая. В СИ у частоты колебаний и у угловой частоты размерность одна и та же – T^{-1}, а вот единицы разные: $с^{-1}$ и рад $с^{-1}$. Может быть, авторы стандартов решили различать в СИ эти две величины хотя бы разной записью единиц?

Вся эта неопределенность полностью снимается введением для числа периодов, как для количества объектов колебательного процесса, размерности N и единицы период.

6. Бессистемность порождает неопределенность.

Остается невыясненным еще один вопрос: как быть с аргументом тригонометрической функции в уравнении (1)? В справочнике по математике [2] сказано: "*Область определения тригонометрических функций состоит из множества* *действительных чисел*". О том, должны ли эти числа отражать числовые значения безразмерных или размерных физических величин, в определении тригонометрических функций не сказано ничего. Но поскольку аргументом тригонометрических функций является угол, то при интерпретации этими функциями физических явлений аргументом должна становиться физическая величина "угол поворота" независимо от того, имеет ли она размерность и единицу или имеет только единицу, как в СИ.

Нельзя не указать на то, что в таблицах тригонометрических функций (например, в [2]) аргументы тригонометрических функций представлены не в радианной, а именно в градусной мере. И в этом случае единица радиан не применяется вообще и вместе с этим исчезает вся путаница с размерностями и единицами.

В некоторых работах (например, в [3,4]) пытаются выйти из этого запутанного положения тем, что в качестве единицы измерения угловой частоты применяют единицу 1/с. Но из контекста подобных первоисточников не всегда понятно, что надо подразумевать под 1 (то ли оборот, то ли радиан).

В работе [5] для оправдания описываемой путаницы в терминологии приведен сомнительный аргумент: "*Все и так всё понимают*". Приведенные в данной статье соображения показывают, что, скорее всего, все всё зазубрили и привыкли к существующему положению дел. А вот когда начинаешь анализировать, то сложившаяся ситуация как раз и становится трудно понимаемой и просит о наведении хоть какого-нибудь порядка.

Понятийная бессистемность приносит большой вред при преподавании физики в связи с применением различных математических абстракций, если на это при обучении не обращается внимание. И это проиллюстрировано в данной статье наглядно.

7. Фактические размерности и единицы величин периодических процессов.

Периодический процесс характеризуют 5 физических величин: амплитуда колебаний, частота колебаний, фаза колебаний, длительность периода колебаний, число периодов колебаний. Но только одна из этих величин – период – имеет в СИ размерность (Т) и единицу (с), хотя они неверны.

Применяемый в современной физике термин "период" понимается в физике как "период колебаний". Но величина "период колебаний" отражает почему-то не сам период, как структурный элемент процесса колебаний, а длительность периода, которая равна промежутку времени, приходящемуся на один период колебаний. Выше было показано, что **длительность периода** должна иметь размерность $N^{-1}T$ и единицу с пер$^{-1}$ (секунд на период), а не секунду, как это имеет место сейчас.

Число периодов колебаний в роли координаты состояния было введено впервые в работе [6, прил. IV] в таблицах колебательных процессов, для него и была предложена единица измерения пер (период). В системе величин ЭСВП, предложенной позднее автором данной статьи, число периодов колебаний стало частным случаем основной физической величины, называемой числом структурных элементов с размерностью N.

Размерность **частоты колебаний** в СИ считают равной T^{-1} (см. Таблицу 1), хотя подобная размерность не имеет права на существование [7]. Принятая в СИ единица Гц соответствует в ЭСВП единице пер с$^{-1}$, а не единице с$^{-1}$.

Такая физическая величина, как угловая частота, в ЭСВП отсутствует. Ее заменяет угловая скорость радиус-вектора с размерностью, равной AT^{-1} , и единицей, равной об с$^{-1}$.

По поводу размерности амплитуды колебаний в современной метрологии также нет определенности. **Амплитуда колебаний** А присутствует в обобщенном уравнении гармонических колебаний, отличающемся от уравнения (1) формой записи

$$\xi = A\cos(2\pi f_0\, t + \varphi_0)\,, \quad (2)$$

где ξ называется **колебательным смещением**. Так что размерность амплитуды колебаний A равна размерности колебательного смещения ξ. Но применение слова "смещение" не совсем верно, так как при колебаниях речь идет не только о линейном смещении. Это при продольных или поперечных линейных колебаниях размерность ξ равна L, а при крутильных колебаниях и электрических колебаниях она уже иная.

В случае линейных колебаний при фактической единице частоты пер $с^{-1}$ и единице колебательной скорости м $с^{-1}$, единица амплитуды колебаний равна м $пер^{-1}$, а не метр. На этот нетривиальный вывод следует также обратить внимание. Если речь идет о колебаниях разности потенциалов ΔU, то размерность ее амплитуды колебаний зависит при продольных или поперечных колебаниях − от размерности силы, при крутильных колебаниях − от размерности крутящего момента, при электрических колебаниях − от размерности разности электрических потенциалов и т.д.

8. Корпускулярно-волнового дуализма не существует.

При периодическом испускании частиц интервал времени между испусканиями является случайной величиной. Поэтому все закономерности гармонических колебаний, интерпретируемые методом векторных диаграмм, при применении их к процессу испускания частиц относятся к нему лишь формально, как и само слово "периодический". Видимый свет, ультрафиолетовое излучение, рентгеновское излучение, γ-излучение волновыми процессами не являются.

Объединенная интерпретация излучения волн и процесса испускания частиц с помощью вращения радиус-вектора в ортогональной плоскости векторной диаграммы является абстрактным математическим методом, удобным для теоретических выкладок, но лишенным физического содержания. Конечно, использование метода векторных диаграмм вследствие очень большого количества испускаемых частиц и использования среднестатистических значений частоты испускания дает при экспериментах результаты, совпадающие с результатами использования волновой теории. И это как бы легализует применение понятия "**корпускулярно-волновой дуализм**". Но на самом деле его не существует, так как излучение волн и испускание частиц являются различными по природе физическими явлениями.

Имеется иное объяснение явлениям дифракции и интерференции при движении частиц, чем при движении волн [8]. Однако вследствие результативности применения метода векторных диаграмм большинство физиков не обращает на это внимание, и во всех справочниках и учебниках к квантуемому процессу применяется терминология волнового излучения. Именно для этого и придумано понятие "корпускулярно-волновой дуализм", под которое даже подводится философское объяснение. Вот как это звучит в справочнике по физике [9]: "*Волновой и квантовый (корпускулярный) способы описания света не противоречат, а взаимно дополняют друг друга, так как свет одновременно обладает и волновыми, и корпускулярными свойствами. Он представляет собой диалектическое единство этих противоположных свойств*". Как будто и не было в начале XX века другого толкования М.Планка.

Современная физика признает, что естественные источники испускания частиц не обладают ни временной, ни пространственной когерентностью, и что применимость волновой теории экспериментально подтверждается лишь вследствие очень большого значения частоты испускания частиц и применения статистических методов исследования. В Википедии даже сказано, что корпускулярно-волновой дуализм представляет собой лишь исторический интерес, но при преподавании физики об этом, как правило, пока не говорят.

Испускание частиц является случайным процессом, и поэтому частота испускания частиц является величиной среднестатистической в отличие от частоты гармонических колебаний. И поскольку испускание частиц не является волновым процессом, к нему не применимо понятие "**длина волны**". То расстояние, под которым сейчас понимается длина волны при квантуемом периодическом процессе, является расстояние, пройденное частицей с момента ее испускания до момента испускания следующей аналогичной частицы. Назовем эту среднестатистическую величину условно **длиной испускания частицы** и будем обозначать ее символом $<\lambda>$.

В современной физике длина испускания частицы соответствует **длине волны де Бройля**, хотя при изложении квантовой оптики указывается на вероятностный, а не волновой характер процесса испускания. Но при этом используется исключительно терминология, применяемая для волновых процессов. Небольшое изменение символики, предложенное нами и показанное в Таблице в конце статьи (вместо λ применяется $<\lambda>$), позволило бы всегда напоминать об истинном положении дел.

9. Размерность и единица у длины волны и у волнового числа.

При рассмотрении волнового движения в физике используются понятия бегущей волны и фронта волны. Поскольку бегущая волна имеет направленность, в физике введено понятие “**волновой вектор**“, перпендикулярный фронту волны и обозначаемый символом **k**. Модуль волнового вектора называют **волновым числом** k и записывают в виде

$$k = 2\pi/\lambda \,, \qquad (3)$$

где λ − **длина волны**, определяемая в СИ уравнением

$$\lambda = h/p = 2\pi\hbar/p \,, \qquad (4)$$

где h - постоянная Планка; $\hbar$ - редуцированная постоянная Планка; p - импульс частицы.

Заметим, что термин "волновое число" нельзя признать удачным. Число не имеет размерности, и поэтому слово "число" обычно применяется в названиях критериев подобия, например, квантовое число, число Маха, но исправлять ошибку уже поздно.

Размерность длины волны считается в СИ равной L, а единица − равной метру. Число π в СИ ни размерности, ни единицы не имеет. И поэтому размерность волнового числа в СИ согласно уравнению (3) равна L^{-1}, а единица $м^{-1}$.

Но размерность физической величины не может быть размерностью основной величины в отрицательной степени [7]. Причина этого противоречия в том, что волновое движение интерпретируется в современной физике математически вращением радиус-вектора на векторной диаграмме.

Это противоречие можно устранить лишь тем, что размерность числа π при использовании метода векторных диаграмм принять равной AN^{-1}. (В Системе величин ЭСВП угол поворота является основной величиной и имеет размерность с символом A.) Размерности AN^{-1} соответствует единица об $пер^{-1}$. Имеется в виду, что единица оборот относится к вращению радиус-вектора. То есть коэффициент 2π в случае применения метода векторных диаграмм становится размерным коэффициентом. И тогда правило размерностей, примененное для уравнения (3), устанавливает для длины волны λ другую размерность $L^{-1}N$ и другую единицу м $пер^{-1}$ (а не метр). Соответственно, размерность волнового числа k становится равной $L^{-1}A$, а его единица равной об $м^{-1}$, а не $м^{-1}$.

Размерность волнового числа, равная $L^{-1}A$, и единица об $м^{-1}$ подтверждаются анализом размерностей известного в физике уравнения

$$k = \omega_0 / v_{ph} \,, \qquad (5)$$

где v_{ph} – фазовая скорость волны с размерностью LT^{-1} и единицей м $с^{-1}$.

Физическое содержание длины волны λ при единице м $пер^{-1}$ становится предельно ясным: это именно длина одной волны или длина цуга волн, деленная на число волн.

Если бы в физике не пользовались методом векторных диаграмм, то не было бы необходимости устанавливать размерность для числа π. И тогда размерность волнового числа k стала бы равной $\mathrm{L}^{-1}\mathrm{N}$, как ей и полагается, а единица − равной пер м$^{-1}$. А волновое число k приняло бы ясное физическое содержание числа волн, приходящихся на один метр длины. Отсутствие такой ясности сейчас − это цена, которую приходится платить за удобство применения математического метода векторных диаграмм.

10. Путаница в единицах волнового числа и постоянной Ридберга.

В атомной физике (в спектроскопии) применяют другое волновое число, обозначаемое ν' и определяемое уравнением

$$\nu' = 1/\lambda = \omega_0/2\pi c\,, \qquad (6)$$

где c - скорость света. Таким образом, одним и тем же термином (волновое число) называют сейчас в физике две разные величины, имеющие разную природу, определяемые по разным уравнениям и имеющие разные обозначения.

Единица волнового числа в квантовой оптике, определенная в СИ по уравнению (6) и равная рад м$^{-1}$, не соответствует единице м$^{-1}$, определяемой по уравнению (1). Учитывая, что в квантовой оптике речь идет о потоках частиц, а не о потоках волн, единицу волнового числа в квантовой оптике следует записывать в виде квант м$^{-1}$ при той же размерности $\mathrm{L}^{-1}\mathrm{N}$.

Чтобы избежать путаницы в терминологии и символике, следует всё-таки различать волновые числа k и ν'. Можно было бы, например, говорить об акустическом волновом числе k и о спектральном волновом числе ν' до тех пор, пока физики и метрологи не наведут порядок в терминологии.

Размерности и единицы волнового числа при использовании метода векторных диаграмм в СИ представлены в Таблице 2, которая подтверждает необходимость введения в спектроскопии для числа π единицы квант рад$^{-1}$ в отличие от обычной теории волн, где для числа π необходима единица об рад$^{-1}$.

Постоянная Ридберга R, одна из важнейших фундаментальных физических констант, определяется двумя разными уравнениями, и в зависимости от этого имеет разные единицы. В атомной физике она имеет единицу угловой частоты ω_0, то есть рад с$^{-1}$. Но в СИ в данном случае единица радиан почему-то не признается, и единица постоянной Ридберга равна с$^{-1}$. А в спектроскопии постоянная Ридберга имеет единицу волнового числа ν', то есть м$^{-1}$, хотя должна иметь ту же единицу, что и у ν', то есть квант м$^{-1}$.

11. Волн де Бройля тоже нет.

Л. де Бройль предложил в 1924 г. рассматривать движение любых частиц в виде процесса распространения волн. Подобное предложение изначально утверждало наличие корпускулярно-волнового дуализма. Казалось бы, с отрицанием этого дуализма пора бы уже отнести к истории и волны де Бройля, но этого пока не происходит. Слишком привыкли физики к замене длины испускания частицы $<\lambda>$ длиной несуществующей волны де Бройля λ, определяемой согласно уравнению (4).

Длина испускания частиц $<\lambda>$ должна определяться уравнением

$$<\lambda> = 1/<\nu'> = 2\pi c/\omega_0 \text{ ю} \qquad (7)$$

В этом случае значение волнового числа тоже является среднестатистическим и определяется формулой

$$<k> = \omega_0/c\,, \qquad (8)$$

аналогичной формуле (6). А единица <k> становится равной рад м$^{-1}$ в полном соответствии с Таблицей 2.

12. Какова единица аргумента косинуса в уравнении бегущей волны?

Рассмотрим выражение для аргумента тригонометрической функции в уравнении бегущей волны

$\xi = A\cos(\omega_0 t - kx + \alpha)$,   (9)

где ξ – колебательное смещение частицы среды; α – начальная фаза колебаний. Вместо начальной фазы φ_0 из уравнения гармонических колебаний (1) в уравнении (9) присутствует ($- kx + \alpha$).

Если бы волновое число k имело бы единицу рад м$^{-1}$, то все слагаемые аргумента тригонометрической функции в уравнении (9) имели бы в СИ одну и ту же единицу радиан. Но поскольку в СИ волновое число имеет единицу м$^{-1}$, то второе слагаемое аргумента kx единицы не имеет (точнее, имеет единицу, равную 1). И это второе слагаемое kx, не имеющее своей единицы, складывается с первым и третьим слагаемыми, имеющими единицу радиан. Приходится только недоумевать по поводу того, как можно было в СИ не заметить, что аргумент тригонометрической функции не подчиняется правилу размерностей. Конечно, радиан в СИ является единицей безразмерной величины, но тогда зачем применять единицу радиан в ω_0 и α?

Следует отметить, что при рассмотрении продольных волн в упругой среде наличие угловой частоты ω_0 и размерного множителя 2π свидетельствует тоже лишь о математической интерпретации прямолинейного движения звуковых волн с помощью вращения радиус-вектора в методе векторных диаграмм. И поэтому при преподавании этого раздела необходимо обязательно указывать на факт подмены прямолинейного движения звуковой волны вращением радиус-вектора и объяснять суть этой интерпретации. Хотя бы для того, чтобы пояснить, откуда взялась угловая частота при описании волнового числа у звуковых волн, движущихся прямолинейно.

13. Необходимые изменения в описании процесса испускания частиц.

В теории упругости и в акустике процесс распространения волн является **непрерывным периодическим процессом**, при котором каждая волна считается структурным элементом процесса движения волн. В методе векторных диаграмм каждый оборот радиус-вектора на векторной диаграмме, измеряемый в СИ в радианах, можно также считать структурным элементом, единица которого 1 оборот. Эта единица соответствует единице структурного элемента процесса испускания частиц, которая уже называется квантом.

При использовании метода векторных диаграмм для интерпретации процесса испускания частиц следует рассматривать не привычное волновое число k, а среднестатистическое **волновое число** <k>, определяемое по уравнению

<k> = N /<λ> ,   (10)

где N − число квантов, а <λ> − среднестатистическая длина испускания частиц. Соответственно, волновое число <k> должно иметь размерность L^{-1}N и единицу квант м$^{-1}$ (а не об м$^{-1}$, как у обычного волнового числа k), а среднестатистическая длина испускания частиц <λ> должна иметь размерность LN^{-1} и единицу м квант$^{-1}$. Физическое содержание <λ> также ясно, в квантовой оптике под ней понимается длина испускания фотона.

Размерность числа волн (или числа квантов) равна размерности числа структурных элементов N вне зависимости от того, рассматривается ли одиночная волна, солитон, частица или волновой пакет (цуг волн, поток частиц). При таком подходе размерность волнового числа (как $<k>$, так и k) равна $L^{-1}N$, и его единицей является квант $м^{-1}$, но только не $м^{-1}$. При этом волновое число следует понимать как число волн, приходящееся на один метр или как число частиц, приходящееся на один метр.

Размерность волнового числа $<k>$ отличается от размерности волнового числа k лишь тем, что вместо размерности угла поворота радиус-вектора А на векторной диаграмме применена размерность числа частиц N. Волновое число $<k>$ может также определяться уравнением

$$<k> = <f>/c \,, \quad (11)$$

где $<f>$ − среднестатистическая частота испускания фотонов с единицей квант $с^{-1}$. Уравнение (11) существенно изменяет содержание уравнения (9) применительно к квантовой оптике. Следует говорить в этом случае не о колебательном смещении ξ, а о среднестатистическом смещении частицы $<\xi>$, и не об амплитуде волны A, а о среднестатистической длине испускания частиц $<\lambda>$. И мы приходим к записи уравнения в таком виде:

$$<\xi> = <\lambda> \cos(<f>t - <k>x) \,. \quad (12)$$

В отличие от уравнения (9) в этом уравнении отсутствует начальная фаза, потому что в процессе испускания частиц ее нет. Второе слагаемое аргумента тригонометрической функции в уравнении (12) имеет размерность N и единицу квант. Чтобы при этом выполнялось правило размерностей, первое слагаемое аргумента тоже должно иметь единицу квант. Это и происходит, если единица частоты при квантуемом периодическом процессе $<f>$ имеет единицу квант $с^{-1}$, а не единицу рад $с^{-1}$ угловой скорости вращения радиус-вектора ω_0.

14. Применение математики прячет физическое содержание колебаний.

Обобщенное уравнение динамики

$$a_0\Delta\mathbf{q}_i + a_1 d\mathbf{q}_i/dt + a_2 d^2\mathbf{q}_i/dt^2 = \Delta\mathbf{U}_i \,, \quad (13)$$

где $\mathbf{q}_i$ – координата состояния i-ой формы движения в системе; $\Delta\mathbf{U}_i$ - разность потенциалов i-ой формы движения между системой и окружающей ее средой, описывает поведение любой системы после ее выведения из состояния равновесия. В прямолинейной форме движения уравнение (13) записывается в виде

$$D\mathbf{x} + R\mathbf{v} + I\mathbf{a} = \mathbf{F} \,, \quad (14)$$

в котором коэффициенты a_0 , a_1 и a_2 выступают в роли **параметров системы** D, R и I (жесткость, сопротивление и линейная инертность). Оба вида записи уравнения динамики можно считать приемлемыми и для записи **уравнения колебаний** системы.

Но в современной физике уравнение колебаний принято записывать в ином виде:

$$d^2q_i/dt^2 + 2\beta\,(dq/dt) + \omega_0^2 q = f(t) \,, \quad (15)$$

где $2\beta = R/I$, $\omega_0^2 = D/I$, а $f(t) = \Delta U/I$. При этом величину β называют **коэффициентом затухания**, а величину ω_0 – **угловой частотой** колеблющейся системы.

Проанализируем различие между уравнениями (13), (14) и (15). То, что последовательность расположения слагаемых с точки зрения порядка производной по времени в левой части уравнений различна, несущественно, хотя запись уравнений (13,14) более логична. Существеннее то, что обе части уравнения динамики (14) при записи в виде уравнения колебаний (15) поделены на инертность I, в результате чего вторая производная по времени $\mathrm{d}^2 q_i / \mathrm{d}t^2$ оказалась с коэффициентом пропорциональности, равным 1.

Третье слагаемое в уравнении динамики (13) со второй производной по времени есть не что иное, как запись обобщенного второго закона Ньютона. А вот в уравнении (15) это слагаемое оказалось без коэффициента пропорциональности.

Решение уравнения (15) имеет вид уравнения гармонических колебаний (1). Аналогичный вид имеет уравнение колебаний для волнового движения, но в нем учитывается смещение центра координат векторной диаграммы в направлении движения волны с фазовой скоростью v_{ph} .

Физические величины в уравнении динамики (14) имеют (в системе величин ЭСВП) такие размерности: $\dim \Delta U = \mathrm{EL}^{-1}$, $\dim D = \mathrm{EL}^{-2}$, $\dim R = \mathrm{EL}^{-2}\,\mathrm{T}$, $\dim I = \mathrm{EL}^{-2}\mathrm{T}^{-2}$. А в уравнении колебаний (15) в результате деления на инертность I эти же величины имеют совершенно другие размерности: $\dim f(t) = \mathrm{LT}^{-2}$, $\dim \beta = \mathrm{T}^{-1}$, $\dim \omega_0^2 = \mathrm{T}^{-2}$. Как видим, и коэффициент затухания β, и угловая частота ω_0 оказались с одной и той же размерностью T^{-1}, что не отвечает условию, согласно которому основная величина не может иметь размерность в отрицательной степени [7].

Причины возникновения указанной некорректности опять же связаны с применением метода векторных диаграмм. Ведь величина ω_0 никакой частотой колебаний не является, это угловая скорость вращения радиус-вектора. Никто не спорит с тем, что уравнение колебаний (15) очень удобно для применения теории линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и теории функций комплексного переменного. Но физическое содержание уравнения колебаний (15) куда-то потерялось. Поэтому при преподавании следует обязательно разъяснять причины замены уравнения динамики (14) уравнением колебаний (15) и причины введения абстрактных математических величин, не имеющих физического содержания и корректных размерностей.

15. Обобщенная таблица величин колебаний и волн.

В заключение приведем таблицу, в которую сведены все физические величины колебаний и волн с их единицами в СИ и в предлагаемой автором системе величин ЭСВП с их уточненной символикой и уточненными единицами.

Таблица 2. Единицы физических величин колебаний, волн и квантовых процессов

Примечание к Таблице 2: Единицей одной волны принято считать квант.

№	Название величины	в СИ		в системе величин ЭСВП	
		Обозначение	Единица	Обозначение	Единица
1	Период колебаний	T	с	-	пер (период)
2	Факт испускания частицы	-	-	-	квант
3	Число периодов колебаний	-	-	N	пер
4	Число испускаемых частиц	-	-	N	квант
5	Длительность процесса	Δt	с	Δt	с
6	Длительность одного периода	-	-	$T = \Delta t/N$	с пер$^{-1}$
7	Средний интервал времени между испусканием частиц	-	-	$<T> = \Delta t/N$	с квант$^{-1}$
8	Угол поворота радиус-вектора	φ	рад	φ_0	об (оборот)
9	Угловая скорость радиус-вектора	$\omega = \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$	рад с$^{-1}$	$\omega_0 = \mathrm{d}\varphi_0 /\mathrm{d}t$	об с$^{-1}$
10	Период гармонических колебаний	ωt	рад	$\omega_0\, t$	об
11	Фаза гармонических колебаний	$\omega t + \varphi$	рад	$\omega_0\, t + \varphi_0$	об
12	Частота колебаний	f	с$^{-1}$	f	пер с$^{-1}$ (Гц)
13	Средняя частота испускания частиц	-	-	$<f>$	квант с$^{-1}$
14	Длина волны при волновом процессе	$\lambda = v_{ph} / f$	м	$\lambda = v_{ph} / f$	м квант$^{-1}$
15	Длина волны при испускании частиц	$\lambda = c /f$	м	$<\lambda> = c /<f>$	м квант$^{-1}$
16	Волновое число при волновом процессе	$k =1/\lambda = f /v_{ph}$	м$^{-1}$	$<k>=1/<\lambda>= <f>/v_{ph}$	квант м$^{-1}$
17	Волновое число при испускании частиц	$k = 1/\lambda = f /c$	м$^{-1}$	$<k> = 1/<\lambda> = <f> /c$	квант м$^{-1}$
18	Размерный коэфф-нт при волновом процессе	2π	-	2π	об пер$^{-1}$
19	Размерный коэфф-нт при испускании частиц	2π	-	2π	об квант$^{-1}$
20	Угловая частота (Круговая частота) (Циклическая частота)	$\omega = 2\pi f$	рад с$^{-1}$	$\omega_0 = 2\pi f$	об с$^{-1}$

Литература

1. Чертов А.Г., Физические величины. – М.: Высшая школа, 1990, 336 с.

2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А., Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. 13 изд., М.: Наука, Физматгиз, 1986, 544 с.

3. Дружинский, И.А., Механические цепи. – М.: Изд-во Машиностроение, 1977.

4. Pirnat P., 2005, Physical Analogies. – URL: http://www.ticalc.org/cgi-bin/zipview?89/basic/science/physanal.zip;physanal.txt

5. Брянский Л.Н., Дойников А.С., Крупин Б.Н., О "размерностях" безразмерных единиц. – Законодательная и прикладная метрология, 1999, 4, с.с. 48-50.

6. Коган И.Ш., Основы техники. Киров, КГПИ, 1993, 231 с.

7. Коган И.Ш., Физическая величина не должна иметь единицу $м^{-1}$ или $с^{-1}$ – Законодательная и прикладная метрология, 2011, 5, с.с. 43-49.

8. Пакулин В.Н., Структура материи (Вихревая модель микромира). – СПб, НТФ "Истра",2010.

9. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Справочник по физике. 3-е изд. М.: Наука, Физматгиз, 1990, 624 с.