

## О ЖЕЛАТЕЛЬНОСТИ РАСШИРЕНИЯ МАСШТАБОВ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

### 1. Теория подобия - один из методов обобщения в науке.

В современных учебных программах основы теории подобия излагаются в Теплотехнике в разделе “Теплопередача”. Тем самым как бы подчеркивается частное значение теории подобия.

Ранее, в качестве эпизода, без пояснения основ теории подобия в Гидравлике разъясняется сущность критерия подобия Рейнольдса, без которого, собственно говоря, и изучить гидравлику невозможно. Иногда там же вспоминают и о критерии Фруда.

Между тем критериями подобия в той или иной форме заполнены все технические дисциплины. Ученые прибегали к их помощи задолго до того, как сформировалась сама теория подобия, и потому называли их то “коэффициентами”, то “степенями”, то еще как-нибудь. Но теперь, после того, как теория подобия стала необходимым инструментом научного исследования, особенно в связи с развитием анализа размерностей, пора восстановить историческую справедливость.

На наш взгляд, основы теории подобия следует излагать если и не в курсе общей физики, то сразу же после него и, во всяком случае, перед началом изучения технических дисциплин, с тем чтобы применять полученные знания при изучении каждой из них.

Да и само название теории подобия, как считает А.А.Гухман [1], носит скорее исторический характер, он полагает, что критерии подобия - это обобщенные физические переменные величины, а саму теорию правильнее было бы назвать методом обобщенных переменных. Отсюда вытекает, что теория подобия - один из методов обобщения в науке.

### 2. Является ли число критерием подобия?

В подобных явлениях критерии подобия должны быть равны друг другу. Известно, например, что в подобных треугольниках тригонометрические функции всех углов равны. Но эти функции как раз и являются критериями геометрического подобия. А самый известный и самый древний геометрический критерий подобия - это  $\pi$ , отношение длины окружности к ее диаметру. У числа  $\pi$  размерность равна  $L^0$ , все окружности подобны друг другу потому, что у них одно и то же значение геометрического критерия подобия, равное  $\pi$ .

Критерии подобия являются физическими и геометрическими величинами, но отличаются тем, что их размерность численно равна единице. Наличие критерия подобия в формуле, определяющей какую-либо физическую величину, не оказывает влияния на образование размерности этой величины.

Появляется законный вопрос: но ведь число (2, или 5, или 128), которое может входить в уравнение в виде сомножителя, тоже не оказывает влияния на размерность. Не является ли и число критерием подобия? Нет, ибо число - не физическая и не геометрическая величина, это просто **коэффициент**. А коэффициент в переводе с латинского языка состоит из префикса со - совместно и корня efficiens - производящий, то есть это не самостоятельная величина, а какой-то числовой множитель. К сожалению, мы не раз сталкиваемся с ситуацией, когда критерии подобия неправомерно называют коэффициентами.

### 3. Непризнанные критерии подобия в механике.

В теоретической механике используется немало популярных критериев подобия, их называют как угодно, но только не критериями.

Стоит ли, например, убеждать кого-нибудь в значимости всего, что связано с трением и, в частности, с такой важной характеристикой этого процесса, как **коэффициент трения скольжения**  $f_0$  из второго закона Кулона для трения скольжения:

$$F_{\text{пр}} = f_0 N, \quad (1)$$

где  $F_{\text{пр}}$  - предельная сила трения, после достижения которой тело начинает скользить, а  $N$  - нормальная реакция связи.

Однако, коэффициент трения - это вовсе не коэффициент пропорциональности, а обыкновенный критерий подобия, являющийся отношением двух независимых друг от друга сил (силы трения и силы прижима контактирующих тел). Причем сила трения - это сложная физическая величина, комплексно отражающая большое количество разнородных факторов. Это показатели упругого сопротивления микронеровностей контактирующих поверхностей, электрохимические показатели взаимодействия молекул поверхностных слоев, наличие слоя смазывающей жидкости и ее вязкость и маслянистость.

Собственно говоря, численное значение  $f_0$ , взятое из справочника, - не что иное, как критическое значение этого критерия подобия. При превышении этого значения наступает состояние относительного движения контактирующих тел, при значении, меньшем критического, контактирующие тела относительно друг друга неподвижны.

Еще более популярен в технике такой критерий подобия, как **коэффициент полезного действия (КПД)**, являющийся отношением потребляемой машиной и отдаваемой двигателем мощностей. И когда у двух различных машин КПД равны, то эти машины подобны друг другу по фактору использования мощности.

Приведем еще два примера. Очень распространен в прикладной механике такой параметрический критерий подобия, как **передаточное отношение**, являющееся отношением угловых скоростей ведущего и ведомого звеньев вращательного механизма.

Другим важным параметрическим критерием подобия является **коэффициент неравномерности хода машины**, представляющий собой отношение диапазона изменения угловых скоростей вала машины к средней угловой скорости этого вала.

Дидактическая польза от того, что мы назовем критерии подобия так, как их положено называть, не только в том, что мы исправим исторически возникшую неточность в терминологии, но и в том, что на примере простых в понимании критериев подобия из прикладной механики удастся потом проще объяснить более сложные случаи в гидравлике и теплотехнике. И при этом не создается впечатление, что теория подобия необходима только для двух упомянутых общетехнических дисциплин.

#### **4. Критерием подобия является $2\pi$ .**

Серьезное недоразумение по поводу того, может или не может иметь единицу измерения безразмерная физическая величина, возникает уже при изучении вращательного движения. Источником этого недоразумения является нечеткость в понимании такой физической величины, как угол поворота. К слову, именно на этом примере можно сравнительно легко объяснить разницу между размерностью и единицей измерения, что так тяжело дается студентам.

По определению, взятому из геометрии, угол - это часть плоскости, ограниченная двумя лучами, исходящими из одной точки. Измерить угол можно длиной какой-нибудь линии, связывающей эти два луча. Обычно речь идет о дуге окружности с центром в вершине угла, а длина этой дуги сравнивается с величиной радиуса окружности, то есть, за величину угла принимают отношение длины дуги к радиусу. А это и есть самый обыкновенный параметрический критерий подобия с размерностью, численно равной "1". И в то же время все отлично знают, что этот критерий имеет несколько разных единиц измерения.

Если длину дуги взять равной радиусу, то получается единица измерения “радиан”. Для человека более наглядной мерой длины дуги издревле была длина окружности, которая давала единицу измерения угла - “оборот”, связанный с радианом множителем  $2\pi$ . Отсюда следует, что  $2\pi$  - это производный критерий подобия. Естественнее было бы сравнивать длину окружности с ее радиусом, а не с диаметром, но этот первый в истории науки критерий подобия был придуман так, чтобы его было удобнее вычислять, ибо измерить диаметр значительно удобнее, чем радиус.

Развитие науки, приходится сознавать, шло именно по такому пути: принимались очевидные, удобные единицы измерения, а это со временем все больше затрудняло понимание установленных опытным путем законов природы, увеличивало трудности освоения науки в массовой общеобразовательной школе. В результате перед методологами науки выросли постепенно завалы исторически возникших неточностей и практицизмов, которые рано или поздно придется расчищать.

### 5. Широкое применение теории подобия в гидравлике.

Рассмотрим ряд примеров из Гидравлики, где обычно ограничиваются лишь изучением критериев Рейнольдса  $Re$  и Фруда  $Fr$ , реже числа Эйлера  $Eu$ .

Одной из важнейших формул, применяемых для расчета потерь напора на трение, является формула Дарси-Вейсбаха:

$$\Delta h_{12} = \lambda \frac{l \langle u \rangle^2}{d \cdot 2g}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  называют **коэффициентом гидравлического сопротивления**. Но это вовсе не коэффициент, а самый настоящий критерий подобия, но так уж его привыкли именовать в литературе. При ламинарном режиме течения - это производный критерий подобия  $\lambda = 64/Re$ , а при турбулентном режиме течения - функция не только от  $Re$ , но и от параметрического критерия подобия  $k/d$ , называемого **относительной шероховатостью**.

Отношение  $l/d$  в формуле (2) - это тоже параметрический критерий подобия: **относительная длина трубопровода**. Если же применить еще один критерий подобия: **число Эйлера**

$$Eu = \frac{\Delta h}{\langle u \rangle^2 / 2g}, \quad (3)$$

представляющее собой отношение потерь напора на трение к скоростному напору, определяемому по средней скорости потока  $\langle u \rangle$ , то формула Дарси-Вейсбаха окажется тем, чем она и является на самом деле: критериальным уравнением подобия:

$$Eu = \lambda (l/d), \quad (4)$$

в котором число Эйлера является определяемым, а  $\lambda$  и  $l/d$  - определяющими критериями подобия.

В гидравлике популярен еще целый ряд параметрических и иных критериев подобия, неверно именуемых по традиции коэффициентами. Это коэффициент местного сопротивления  $\xi$ , являющийся числом Эйлера для местных сопротивлений, коэффициент сжатия струи  $\varepsilon$ , коэффициент скорости  $\varphi$  и коэффициент расхода  $\mu$ , применяемые при расчетах истечения из резервуаров. Так что шуточное определение гидравлики, как “науки коэффициентов”, следует заменить другим: “наука критериев подобия”.

### 5. Применение теории подобия в теплотехнике.

Современная теория теплопередачи без критериев подобия немислима, но знакомство с ними начинается в Теплотехнике раньше.

Например, для количественной оценки вещества следовало бы говорить о количестве частиц вещества. Количество частиц  $n$  - это дискретная физическая величина, она может быть только целым числом, ее, в принципе, можно измерять в штуках. Но поскольку у физиков имеется другая единица измерения  $n_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> (штук в одном моле), то, поделив количество частиц на эту единицу измерения, мы придем к той физической величине, которую называют **количеством вещества**:

$$\nu = n/n_A . \quad (5)$$

Количество вещества - это, по сути дела, параметрический критерий подобия, имеющий единицу измерения - моль.

Более сложным понятием является “термодинамическая температура”  $T$ , которая, как физическая величина, совершенно произвольно разделена на доли, которые назвали **градусами**. Однако рассмотрим уравнение из молекулярно-кинетической теории для определения средней кинетической энергии частиц:

$$\left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{3}{2} kT , \quad (6)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана, представляющая собой физическую константу, равную  $1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж.

Разделив  $\langle mv^2 / 2 \rangle$  на  $3k/2$ , мы приходим к выводу, что температура  $T$  является отношением энергий, то есть параметрическим критерием подобия с единицей измерения Дж<sup>0</sup>. Этому критерию подобия в системе СИ присвоена размерность со своим собственным символом  $\Theta$ , а единице измерения температуры присвоено наименование Кельвин.

Но основным разделом Теплотехники, в котором буквально царствует теория подобия, является “Теплопередача”. Собственно говоря, именно при изучении этого раздела и получают студенты основные теоретические знания по теории подобия, хотя, как уже было показано, сделать это следует значительно раньше. Да и в самой Теплотехнике изучается немало критериев подобия, носящих совсем другие названия.

Например, при лучистом теплообмене используют следующие критерии подобия: **поглощательную способность**, или **коэффициент поглощения  $A$** , **отражательную способность**, или **коэффициент отражения  $R$**  и **пропускательную способность**, или **коэффициент пропускания  $D$** , так что сумма всех этих трех параметрических критериев подобия  $A + R + D = 1$ . Значения каждого из этих критериев, равные 1, определяют состояние тела, как абсолютно черного, абсолютно белого или абсолютно прозрачного.

Чтобы определить поглощательную способность тела, введено отношение интенсивности излучения серого тела  $\varphi$  к интенсивности излучения абсолютно черного тела  $\varphi_s$  при той же температуре:

$$\varepsilon = \varphi / \varphi_s \quad (7)$$

и оно названо **степенью черноты** тела (впрочем, с таким же успехом его могли бы назвать степенью серости).

В термодинамике важнейшим параметрическим критерием подобия является **показатель адиабаты**

$$k = c_p/c_v , \quad (8)$$

где  $c_p$  и  $c_v$  - удельные теплоемкости при постоянном давлении и при постоянном объеме.

При изучении тепловых машин применяется большое количество параметрических критериев подобия, таких как коэффициент использования теплотворной способности топлива, термический КПД, холодильный коэффициент, степень сухости водяного пара, в двигателях внутреннего сгорания - степень сжатия, степень предварительного расширения, степень повышения давления и др.

### **5. Применение теории подобия в электротехнике.**

В электротехнике важнейшими критериями подобия являются относительное скольжение в электрических машинах и так называемый «косинус фи». Последний является отношением реактивного и активного сопротивлений, но к тригонометрии он имеет весьма приближенное отношение.

### **Литература**

1. Гухман А.А. Введение в теорию подобия. - М.: Высшая школа, 1968, 355 с.