Альтернативный путь к Новой СИ

(Часть 1. О величинах с размерностью единица)

Аннотация. Обновление системы единиц заключалось раньше и должно заключаться впредь в обновлении набора основных единиц в системе единиц. Предстоящее переопределение основных единиц эту задачу перед собой не ставит, и поэтому говорить о Новой СИ в этой связи не следует. В статье приведены те изменения в наборе основных единиц, которые, по мнению автора, могут привести к действительно Новой СИ.

1. Что следует понимать под термином "Новая СИ".

1.1 Переопределение единиц не обновляет набор основных единиц.

Предстоящее переопределение основных единиц СИ [1] на базе Фундаментальных Физических Констант (ФФК) всколыхнуло весь мир метрологов и вызвало шквал одобрений, возражений, поправок и предложений. И это коснулось не только самого переопределения единиц, но и многих аспектов метрологии. Возник термин "Новая СИ".

Однако все основные единицы СИ остаются прежними. Им предлагается лишь дать новые определения, которые позволят устанавливать значения основных единиц с большей точностью. Является ли обновление определений единиц признаком появления Новой СИ?

В истории метрологии система единиц считалась *новой*, когда изменялся набор основных единиц системы (базис системы). Так было, когда система СГС (сантиметр-грамм-секунда) была заменена в 1901 году системой МКС (метр-килограмм-секунда), а в 1935 году системой МКСА (метр-килограмм-секунда-ампер). Так было, когда в 1954 году система МКСА пополнилась новыми основными единицами и стала системой метр-килограмм-секунда-ампер-кельвин-кандела, с 1960 года эта система стала называться СИ. Наконец, о появлении новой СИ стало возможно говорить, когда в 1971 году СИ пополнилась седьмой основной единицей моль, той самой единицей, которая вызывает в настоящее время особенно бурную дискуссию.

В настоящее время сложилась неопределенная ситуация. С одной стороны, основные единицы СИ базируются на основных величинах [2, п.1.10], а система величин ISQ, на которой базируется СИ [2, п.1.6, прим. 2], основана на наборе из семи основных величин [2, п.1.4, прим. 1]. И менять этот набор основных величин при переопределении единиц не предполагается. Так что нет оснований говорить о Новой СИ, можно говорить о более качественной, о более точной, о более надежной СИ.

Тем не менее, в [2, п.1.4, прим. 3] сказано: "“Количество объектов” можно рассматривать как основную величину в любой системе величин". Значит, и в системе величин ISQ тоже. Если это осуществить, то ISQ будет основана на наборе из восьми основных величин, СИ получит восьмую основную единицу, и появятся основания говорить о Новой СИ. Такая ситуация рассмотрена в статье [3, раздел 5], но ее автор пришел к выводу: "утверждать, что для объектов, которые имеют характер счета ("считаемые величины"), необходима метрологическая единица one, так же неразумно, как утверждать, что единицы основных свойств СИ должны быть увязаны с метрологической единицей one". Ниже в разделе 3.2 мы выскажем иную точку зрения.

В обзорной статье [4], посвященной истории последних 50 лет развития СИ, наглядно продемонстрировано обоснованное стремление ряда метрологов к обновлению набора основных единиц, но не в таком формате, в каком это предполагается сделать сейчас. Это стремление подтверждается обоснованными предложениями.

Сторонники предстоящего переопределения основных единиц СИ, естественно, осведомлены обо всём этом, но считают изменение набора основных величин необоснованным [5]. Это их право, но в таком случае переопределение единиц нельзя считать основанием для применения названия "Новая СИ". Переопределение единиц на базе ФФК – мероприятие безусловно нужное и чрезвычайно важное, но это еще не создание Новой СИ.

1.2. О необходимости обновлении понятия "размерность".

В процессе подготовки к переопределению единиц происходит очень важное событие в метрологии: меняются правила записи производных единиц. Например, в [1] единица электрического заряда записывается не как C = s·A, а как C = s A, единица энергии записывается не как $J = m^2 \cdot kg/s^2$, а как $J = m^2\ kg\ s^{-2}$. Тем самым отрицается наличие метрологического умножения и метрологического деления. В статье [3] также сказано, что "метрологическое умножение не имеет никакого конкретного физико-химического значения".

Отрицание метрологического умножения требует одновременного изменения следующего определения размерности [2, п.1.7]: "выражение зависимости **величины** от **основных величин системы величин** в виде произведения степеней сомножителей, соответствующих основным величинам, в котором численные коэффициенты опущены". Его можно заменить, например, на такое определение:

"Размерность **основной величины** выглядит в виде определенного стандартом символа этой величины. Размерность **производной величины** выглядит в виде разделенной пробелами последовательной записи символов основных величин с указанием степени, в которую они возведены." К новым определениям полезно добавить два примечания:

1. "Символ размерности основной величины является логическим оператором типа ln, sin, exp, и поэтому не обозначает величину". Можно также добавить, что символ размерности указывает на род величины, чье определение приведено в [2, п.1.2].
2. "Порядок последовательности записи символов в размерности производной величины условен и определяется стандартом."

1.3 Критический анализ понятия "величина с размерностью единица".

Согласно [2, п.1.8] это "**величина**, для которой все показатели степени сомножителей, соответствующих **основным величинам** в ее **размерности**, равны нулю". "По историческим причинам", согласно прим. 1, предложено сохранять также понятие "**безразмерностная величина**" (в русскоязычной литературе – безразмерная величина). Однако наличие нулевых показателей степеней в размерности величины еще не означает отсутствие у нее размерности вообще. Поэтому в [2] рекомендуется отдавать предпочтение термину "**величина с размерностью единица**".

Под этот термин подпадает несколько совершенно разных по содержанию типов величин, некоторым из которых целесообразно присвоить собственную размерность. Так что термин "безразмерностная величина" сохранять в метрологии не следует, разрешив применять его лишь в трудах по истории физики и метрологии. Вместе с этим термином должен уйти в историю и термин "размерностная величина" (в русскоязычной литературе – размерная величина), поскольку все величины должны иметь размерность.

Обратим внимание на прим. 3 к [2, п.1.8]: "Некоторые величины с размерностью единица определяются как отношение двух величин одного рода". Слово "некоторые" подразумевает, что не все такие величины "определяются как отношение двух величин одного рода". А в прим. 4 сказано: "Количество объектов является величиной с размерностью единица". Так что примечания 3 и 4 свидетельствуют о том, что понятие "величина с размерностью единица" объединяет, по крайней мере, два разные понятия.

В определении "величины с размерностью единица" говорится о "сомножителях" в размерности величины. Однако метрологическое умножение признается не легитимным, так что следует скорректировать само определение "величины с размерностью единица".

Можно для нее предложить, например, такое определение: "величина, которая, будучи сомножителем любого **уравнения связи между величинами**, не изменяет размерность той величины, которая определяется этим уравнением".

В статье [4] выделяются 4 группы величин с размерностью единица.

Первая группа, являющаяся **критериями подобия**, она проанализирована в разделе 2 данной статьи. В статье [3] высказана мысль, что "безразмерностные величины" следовало бы называть скорее "безединичными величинами". Однако в разделе 2 будет показано, что критерии подобия имеют внесистемные единицы.

Вторая группа включает величины, объединенные понятием "**количество объектов**". О них в [2, п.1.4, прим. 3] сказано так: "Количество объектов можно рассматривать как основную величину в любой системе величин". Из чего следует, что "количество объектов" может иметь свою собственную размерность и собственные единицы. О них речь пойдет в разделе 3 данной статьи.

К третьей группе отнесены величины, характеризующие вращение. Для некоторых из них в СИ имеется системная единица радиан. О них речь пойдет в разделе 4 данной статьи. Однако величины, характеризующие вращение, входят в состав более крупной группы "**циклические величины**", в которой рассматриваются также величины, характеризующие колебания и волны, о них речь пойдет в разделе 5 данной статьи.

К четвертой группе отнесены логарифмические отношения, имеющие свои единицы (например, децибел, непер). Для них рациональное решение пока не предложено. Поэтому вводить их в классификацию величин с размерностью единица не следует.

Таким образом, под понятие "величина с размерностью единица" подпадают 3 принципиально различные группы величин, одна из которых делится еще на 3 подгруппы (см. рис. 1). Их детальный анализ позволяет по-настоящему обновить СИ.

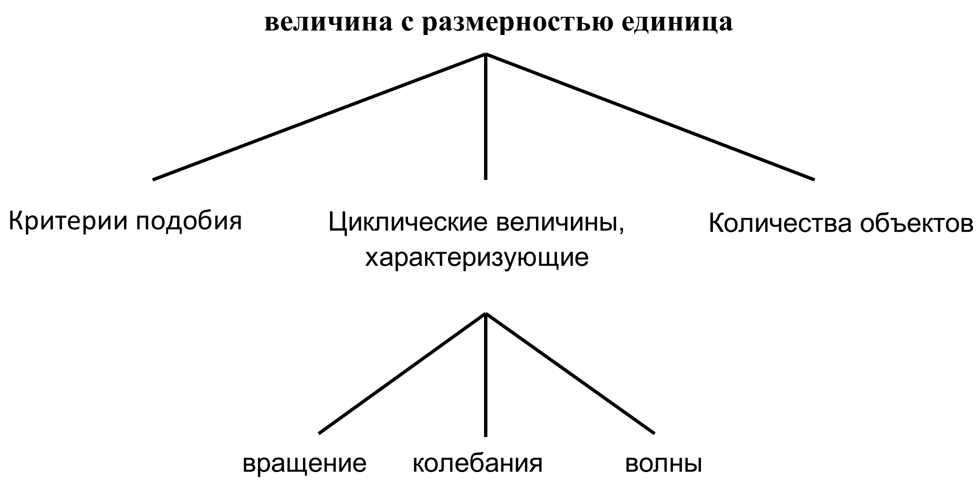

Рис. 1. Иерархическая схема величины с размерностью единица

2. Содержание понятия "критерии подобия".

2.1. Уравнение связи, определяющее критерий подобия.

При анализе определения процесса измерений выясняется такое обстоятельство. Согласно [2, п.2.1] термин "**измерение**" определяется как "процесс экспериментального получения одного или более значений величины, которые могут быть обоснованно приписаны **величине**". Имеется прим. 2: "Измерение подразумевает сравнение величин и включает счет объектов".

Если учесть, что размерность величины является и размерностью ее единицы, то размерность появляется лишь после того, как рядом с числовым значением записывается единица со своей размерностью. То есть рядом с "размерностной величиной" стоит единица, а рядом с "безразмерностной величиной" единица стоять не должна.

Рассмотрим используемое в метрологии [6, 3] равенство

$$Q = \{Q\}\ [Q], \qquad (2.1)$$

где Q – анализируемая величина, $\{Q\}$ – ее числовое значение, $[Q]$ – единица величины. Критерием подобия является числовое значение $\{Q\}$. А единица $[Q]$ является **базисом** критерием подобия. Размерность базиса определяет и размерность критерия подобия. Если $[Q]$ является **системной единицей**, то Q обычно называют "размерностной величиной", так как Q привязана к конкретной системе единиц. Если же $[Q]$ является **внесистемной единицей**, то числовое значение $\{Q\}$ становится как бы "безразмерностной величиной", потому что внесистемные единицы применять в СИ не рекомендуется.

Если записать уравнение связи для критерия подобия $\{Q\}$ в виде

$$\{Q\} = Q\ [Q]^{-1}, \qquad (2.2)$$

то становится ясно, что $\{Q\}$ в любом случае является "величиной с размерностью единица", так как критерий подобия Q и его базис $[Q]$ имеют одинаковые размерности. То есть, если единица $[Q]$ вне системы единиц, то это еще не означает, что величина Q не имеет единицы. В то же время нельзя представить себе отсутствие базиса $[Q]$, ибо в таком случае потеряет смысл равенство (2.2).

Приведем примеры из практики.

2.2. В чем состоит особенность критериев подобия.

Пример 1. Сравним равенство (2.1) с формулой для вычисления объема камеры сгорания V над поршнем двигателя внутреннего сгорания:

$$V = \varepsilon\ V_k, \qquad (2.3)$$

где V_k – объем камеры сгорания при верхнем положении поршня; ε – степень сжатия. Если условиться о том, что V_k является внесистемной единицей в данной области техники, то уравнения (2.1) и (2.3) становятся идентичными. Степень сжатия ε по содержанию становится не отличимым от критерия подобия $\{Q\}$ из (2.1). Внесистемная единица объёма камеры сгорания V_k имеет размерность объёма.

Пример 2. Запишем уравнение связи для скорости v самолета:

$$v = M\ v_s, \qquad (2.4)$$

где v_s – скорость звука в воздухе; M – число Маха. Пусть самолет летит в воздухе при 0ºC и давлении 1 ат со скоростью 662 м/с, в этом случае число Маха равно 2. Скорость звука v_s можно принять в аэродинамике условно как внесистемную единицу. А число Маха M становится не отличимым от критерия подобия, чем оно и является. Не случайно в авиации говорят в этом случае, что скорость самолета равна двум числам Маха. Внесистемная единица скорости звука v_s имеет размерность скорости.

Пример 3. В атомной физике собственный момент импульса частицы L, называемый спином, определяется уравнением связи $L = \hbar J$, где $\hbar = h/2\pi$ – редуцированная постоянная Планка, h – постоянная Планка, J – спиновое квантовое число. Физики обычно называют и "размерностную величину" L, и "безразмерностную величину" J одинаково – спином, хотя нельзя называть одним и тем же термином разные по содержанию величины. Так что правильной будет запись уравнения связи в виде

$$L = J\hbar\,. \qquad (2.5)$$

В этом примере спиновое квантовое число J является критерием подобия, а внесистемная единица редуцированной постоянной Планка $\hbar$ имеет в СИ размерность действия. Более детально об этом в разделе 3.6.

В приведенных трех примерах все три критерия подобия (ε, M и J) имеют размерность единица. А каждая размерностная величина (V_k, v_s и $\hbar$) является внесистемной единицей. И каждая из этих внесистемных единиц имеет иную размерность, чем 1.

Конечно, если учесть огромное количество всевозможных критериев подобия, каждый из которых может иметь свою внесистемную единицу, то можно представить себе возбуждение метрологов, связанное с появлением огромного количества внесистемных единиц. Но внесистемные единицы типа тех, о которых сказано выше, действительно существуют на практике, просто их так не называют.

Внесистемные единицы могут соответствовать величинам с разным физическим содержанием. Например, редуцированная постоянная Планка $\hbar$ является фундаментальной физической константой, V_k имеет фиксированное значение только в пределах конкретного типа двигателей внутреннего сгорания, а значение скорости звука v_s зависит от характеристик атмосферы в том месте, в котором находится самолет. Спиновое квантовое число J может быть либо целым, либо полуцелым числом, а V_k и v_s являются нецелыми числами. Вполне допустимо говорить: полтора объёма камеры сгорания V_k или три четверти скорости звука v_s. Многие критерии подобия имеют в качестве базиса переменные величины. Например, у числа Рейнольдса базисом является сила трения жидкости о стенку, которая зависит от многих факторов.

Вывод: критерий подобия является ***отношением размерностной величины к ее базису, имеющему ту же размерность и ту же единицу, что и размерностная величина, и являющемуся системной или внесистемной единицей размерностной величины***.

2.3. Вариант записи размерностей и единиц для критериев подобия

О физическом содержании критериев можно судить лишь по их собственному уравнению связи (если оно приводится) и косвенно по названию критерия подобия. Но название – это, в лучшем случае, словесная формулировка, она в определенной мере условна. Возможно ли отразить физическое содержание критериев подобия с помощью размерностей и единиц?

Автор статьи [7] попробовал следовать определению размерности (см. раздел 1.2) буквально. В результате размерность критерия подобия стала записываться, как размерность его базиса в нулевой степени (нуль разрешен для применения в качестве показателя степени размерности). И тогда, например, размерность относительной линейной деформации стала равной L^0, а ее единица – равной $\mathrm{м}^0$, размерность числа Маха стала равной $(\mathrm{LT}^{-1})^0$, а его единица – равной $(\mathrm{м\ с}^{-1})^0$. При такой записи различие между критериями подобия сразу стало заметным. Применение этого предложения может оказаться особенно эффективным при преподавании гидравлики и теплотехники, в которых применяется множество различных критериев подобия.

Единственное требование к этому варианту: нужно учитывать то уравнение связи для критерия подобия, которое является исходным с точки зрения содержания величины, а не ту форму записи уравнения связи, которая получается после сокращений некоторых величин в числителе и знаменателе уравнения связи. Например, при записи размерности для числа Рейнольдса следует указывать не размерность динамической вязкости η (исходя из популярной формулы $Re = ud\rho/\eta$), а размерность силы, так как число Рейнольдса является отношением сил инерции к силам вязкого трения. Значит, размерность числа Рейнольдса в СИ можно записать, как $(\mathrm{LMT}^{-2})^0$, а единицу как $\mathrm{Н}^0$.

2.4. Бессистемность в названиях критериев подобия и ее причины

Критерии подобия имеют в физике и технике самые разные названия, например, **степень** (степень сжатия), **коэффициент** (коэффициент трения), **число** (число Маха, спиновое число), **отношение** (передаточное отношение), хотя указанные термины имеют в математике иной смысл и иное содержание.

Критериями подобия в той или иной форме заполнены все математические и технические дисциплины. Ученые прибегали к их помощи задолго до того, как сформировалась сама теория подобия. Поэтому и возникла подобная бессистемность.

Например, в подобных треугольниках тригонометрические функции всех углов являются критериями геометрического подобия. Самый древний критерий подобия в математике π – это отношение длины окружности к длине ее диаметра. А правильно сравнивать длину окружности с длиной ее радиуса. Но этот критерий подобия был задуман так, чтобы его было удобно вычислять, ибо измерить диаметр значительно удобнее и точнее, чем радиус.

Приходится мириться с тем, что развитие науки шло именно по такому пути: принимались и закреплялись в науке очевидные, удобные критерии подобия, и назывались они так, как их называли первооткрыватели. А со временем это стало затруднять обучение и освоение науки. В результате перед методологами науки и метрологами постепенно выросли завалы исторически возникших неточностей и практицизмов в терминологии, которые рано или поздно придется расчищать.

3. Содержание понятия "количество объектов".

3.1. Особенность понятия "количество объектов".

Практически во всех разделах физики применяется считаемая величина, имеющая такое содержание: **количество объектов** однородной системы. Единица этой величины имеет числовое значение, равное целому положительному числу. О всеобщности такой величины указывается в статье [8]. Эта величина не зависит ни от каких других величин, она не имеет своего уравнения связи. Еще в СИ8 предлагалось рассматривать количество объектов как основную величину в любой системе единиц и причислить ее к другим основным величинам СИ, что и подтверждено в [2, п.1.4, прим. 3]. Мы предлагаем сделать символом этой размерности N, а о названии единицы поговорим в конце этого раздела.

Ниже представлен обзор применений количества объектов, основанный на статье [9], в которой количество объектов называется числом структурных элементов, как это принято в российском стандарте о количестве вещества.

То, что количество объектов является только целым числом, не означает, что считаемый объект не может быть разделен на части. Однако в этом случае любая часть становится объектом другой системы, находящейся на другом иерархическом уровне состояния вещества. Например, газ состоит из таких объектов, как молекулы. При высокой температуре молекулы газа ионизируются, и продукты распада молекул входят уже в состав плазмы, то есть другого состояния вещества. Приведем примеры использования понятия "количество объектов" в разных случаях.

3.2. Количество объектов в молекулярной физике

В СИ одной из основных величин является **количество вещества**. По определению ”Количество вещества n − физическая величина, равная количеству ансамблей элементарных объектов, таких как атомы, молекулы, электроны и другие частицы”. Этой величине в СИ присвоена размерность N и единица моль, она определяется уравнением

$$n = N/N_A\,, \qquad (3.1)$$

где N – количество объектов в однородной системе; N_A – постоянная Авогадро с единицей моль$^{-1}$. Числовое значение постоянной Авогадро называется числом Авогадро A_N, оно равно числу атомов в 0,012 кг изотопа углерода ^{12}C.

Согласно определению [2, п.1.4] основная величина – "одна из величин подмножества, условно выбранного для данной системы величин так, что никакая из величин подмножества не может выражаться через другие величины". Судя по уравнению (3.1), количество вещества n зависит от количества объектов N и от постоянной Авогадро N_A . Получается, что назначение количества вещества n основной величиной противоречит определению основной величины. Причина такого алогизма кроется в двух словах из определения основной величины: "условно выбранного".

С единицей постоянной Авогдро (моль$^{-1}$) не согласны многие химики и метрологи. Это хорошо выражено в статье [10]: "Я не могу понять, что это за величина, существующая в природе, с единицей 1-на-моль (1/моль) и с чем она согласуется. Традиционно, единицы измерения типа х-во-что-то (х-в-секунду, х-в-метре, х-в-моле и др.) представлены единицами измерения реальных типов-величин, и я думаю, что это требование должно соблюдаться. То есть, на мой взгляд, килограмм-на-моль имеет смысл, но 1-на-моль не имеет." Обзор многочисленных критических замечаний по поводу единицы моль приведен в статье [4, проблема 6].

Единица 1-на-моль вовсе не вытекает однозначно из уравнения (3.1). Если у количества объектов N будет своя единица (например, штука) то из уравнения (3.1) будет следовать, что у постоянной Авогадро будет единица штук-в-моле, которая уже имеет ясный физический смысл. Так что введение количества объектов в качестве основной величины в систему величин ISQ может устранить существующий алогизм.

Эта же проблема может быть решена кардинально по-иному, путем преобразования уравнения (3.1) в уравнение связи

$$n_A = N / A_N \ , \qquad (3.2)$$

где число Авогадро A_N будет иметь размерность N и единицу штука. В этом случае количество вещества будет определяться критерием подобия n_A , числовое значение которого будет равно 1 при количестве объектов $N = A_N$. И тогда в единице моль не будет необходимости вообще. Устроит ли такое решение химиков, им решать. Но метрологи точно вздохнут с облегчением.

3.3. Количество объектов в периодических процессах

Рассмотрим квантуемый периодический процесс, под которым будем понимать периодический процесс, состоящий только из целого числа периодов колебаний. В таком процессе отдельно взятый период колебаний является элементарным объектом периодического процесса. Конечно, такое представление периодических процессов искусственно, поскольку периодический процесс непрерывен, а любой период делится на доли (имеет фазу). Тем не менее, это применяется часто, особенно при высоких частотах.

При таком подходе "число периодов" можно считать частным случаем "количества объектов". То же самое можно сказать о процессе распространения волн и о "числе волн".

3.4. Количество объектов в информатике

Введение количества объектов в качестве основной величины может помочь решить еще одну проблему, по которой ведется оживленная дискуссия: является ли величиной количество информации?

Под количеством информации обычно понимают меру оценки информации, содержащейся в сообщении. Эта величина имеет в информатике свою единицу – бит, она определяется как единица количества информации в двоичном исчислении, минимальная единица измерения количества передаваемой или хранимой информации, соответствующая одному двоичному разряду, способному принимать значения 0 или 1.

Каждый бит соответствует энергетическому состоянию технического устройства (триггера), хранящего или передающего информацию. От того, что на выходе триггера имеются лишь два значения количества объектов (0 или 1), а не 10 значений, как в десятичной системе, ничего, в принципе, не меняет. Особенность количества информации как количества объектов состоит лишь в том, что его единица имеет числовое значение в двоичной системе исчисления.

В информатике применяется еще одна единица – байт, равная 8 битам. Она является наименьшей адресуемой единицей данных в памяти ЭВМ. В данном случае переходят с двоичной на восьмеричную систему исчисления.

3.5. Количество объектов в экономике

Одной из основных категорий экономики является товар, а одной из основных экономических величин является количество товара. Эта экономическая величина измеряется в подавляющем большинстве случаев в одном из трех вариантов: в единицах объёма (кубический метр, литр, баррель, унция и др.), в единицах веса (килограмм-сила, тонна-сила, фунт-сила и др.) и в штуках. По мере совершенствования техники изготовления упаковочных средств, применяемых при затаривании, транспортировке, хранении и торговле, и вследствие массового применения контейнеров превалирующей единицей для количества товара становится единица штука.

3.6. Количество объектов в квантовой механике

С введением количества объектов в качестве основной величины в квантовой механике изменится размерность и единица фундаментальной физической постоянной, называемой постоянной Планка и обозначаемой символом h. Постоянная Планка является квантом физической величины "действие", ее содержание определяется уравнением

$$h = \varepsilon/\nu , \qquad (3.3)$$

где ε − энергия одного кванта электромагнитного излучения; ν − частота излучения квантов. Судя по уравнению (3.3), постоянную Планка можно трактовать, как количество энергии, приходящееся на единицу частоты излучения.

Единицей постоянной Планка в СИ является (Дж с). Эта единица вытекает из уравнения (3.3) при условии, что единицей частоты является 1-в-секунду ($с^{-1}$). Хотя такая единица имеет не больше смысла, чем единица $моль^{-1}$.

В квантовой механике для единицы количества объектов рационально применение слова "квант". Википедия дает такое определение кванта: "минимальное количество определенного физического объекта, участвующего во взаимодействии". Если в качестве единицы частоты ν применить квант-в-секунду, то из анализа размерностей уравнения (3.3) следует, что единица постоянной Планка будет равна (Дж с $квант^{-1}$).

При применении единицы СИ нельзя сделать вывод о том, что ε − это количество энергии одного кванта. Этот вывод вытекает только при применении единицы частоты ν, равной (квант $с^{-1}$) и единицы постоянной Планка h (Дж с $квант^{-1}$). А существующая единица (Дж с) легитимна лишь в том случае, если в уравнение (3.3) подставить вместо энергии одного кванта ε энергию n квантов ε_n, измеряемую единицей (Дж квант).

В случае, если применяется редуцированная постоянная Планка константа $\hbar = h/2\pi$, то она имеет иное уравнение связи, чем уравнение (3.3):

$$\hbar = \varepsilon/\omega_0 , \qquad (3.4)$$

где ω_0 − угловая скорость вращения радиус-вектора на координатной плоскости в методе векторных диаграмм. Заметим, что в литературе слово "редуцированная", как правило, опускают, и тогда при упоминании о постоянной Планка не всегда бывает понятно, что имеется в виду: h или $\hbar$.

Судя по уравнению (3.4), $\hbar$ следует трактовать, как количество энергии, приходящееся на единицу угловой скорости радиус-вектора. Но такая трактовка ничего не говорит о физическом содержании $\hbar$, ибо ω_0 − это искусственно введенная в физику математическая величина. В квантовой механике речь идет об излучении, а не об однонаправленном вращении радиус-вектора, характеризуемым его угловой скоростью. Константа $\hbar$ является математической интерпретацией постоянной Планка h, это уже математика, а не физика.

Любая угловая скорость должна иметь единицу оборот-в-секунду или радиан-в-секунду. Чтобы в уравнении (3.4) соблюдалось правило размерностей, необходимо в выражении $\hbar = h/2\pi$ присвоить множителю 2π единицу (оборот квант$^{-1}$). Так неопределенность в одном порождает неопределенность в другом.

В СИ у $\hbar$ единица та же, что у h. Видимо, поэтому $\hbar$ также называют обычно постоянной Планка. Лишь отсутствие в СИ единиц у количества объектов и у угла поворота позволяет соблюсти правило размерностей в выражении $\hbar = h/2\pi$. Но попутно это дает повод для возникновения терминологической путаницы.

3.4. Полезность новых единиц на примере описания явления фотоэффекта

Пример применения новых единиц приведен в работе [11, p.p. 168-171], в которой при рассмотрении явления фотоэффекта для измерения энергии, приходящейся на одну частицу, используются единицы Джоуль-на-фотон и Джоуль-на-электрон. (Фактически в обоих случаях применяется единица Джоуль-на-квант.) Закон сохранения энергии при фотоэффекте выражен А. Эйнштейном уравнением

$$E_k = h\nu - E_i, \qquad (3.5)$$

которое в работе [11] записано в виде

$$E_k = \hbar\omega_0 - \Phi, \qquad (3.6)$$

где E_k − кинетическая энергия фотона; $h\nu = \hbar\omega_0$ – энергия фотона; E_i − энергия ионизации атома; Φ − работа выхода электрона.

Автор [11] обнаружил, что слагаемые выражения (3.6) имеют разные единицы: единицы E_k и Φ относятся к одному электрону, а единица $\hbar\omega_0$ – к одному фотону. Поэтому для соблюдения правила размерностей $\hbar\omega_0$, интерпретируемое как энергия фотона, должно быть дополнено множителем Y^{-1}, имеющим смысл отношения числа эмитированных электронов к числу поглощенных фотонов и единицу электрон-на-фотон.

На деле в уравнениях (3.5) и (3.6) не хватает двух величин: числа электронов N_{el} и числа фотонов N_{ph}. Если их ввести, то уравнение фотоэффекта запишется в виде:

$$N_{el}\, E_k = N_{ph}\, \hbar\omega_0 - N_{el}\, E_i\,. \qquad (3.7)$$

Поскольку N_{el} и N_{ph} имеют одинаковую размерность, то уравнение (3.7) выдерживает проверку на анализ размерностей. Что касается множителя $Y = N_{el}/N_{ph}$, называемого квантовым выходом, то он является критерием подобия и его можно ввести в уравнение (3.7), поделив обе части на N_{ph}. Тогда уравнение фотоэффекта запишется в виде

$$Y E_k = \hbar\omega_0 - Y E_i\,, \qquad (3.8)$$

которое лучше раскрывает физическое содержание явления фотоэффекта, чем (3.6).

3.7. О названии единицы для количества объектов

Вопрос о названии единицы для количества объектов пока остается нерешенным. Автор [8] высказал мнение, что число 1 должно рассматриваться как единица СИ для "количеств однородных элементов", понимая, что это приведет к ревизии СИ. Он предложил для этой единицы символ *I* и название heis (из классического греческого εισ – один), указав, правда, что "единица" является целым числом лишь в квантовой механике.

Как показано в этом разделе, для количества объектов применяются различные названия. Название "квант" привязывает единицу количества объектов к квантовой механике, названия "период" и "волна" − к теории периодических процессов, названия "бит" и "байт" − к информатике.

Общим обезличенным названием является "штука". Слово "штука" происходит из немецкого языка (Stück). В лингвистике это слово имеет значение отдельного предмета из числа однородных считаемых предметов. Такое же лексическое значение это слово имеет в основных европейских языках.

Название единицы количества объектов – это вопрос международного соглашения. А пока такого соглашения нет, применяются те названия единицы количества объектов, которые стали привычными.

4. Угол поворота – основная физическая величина

4.1. Классификация форм движения

Правильное понимание базовых понятий "угловое перемещение" и "угол поворота" зависит от классификации форм движения тела (см. рис. 2).

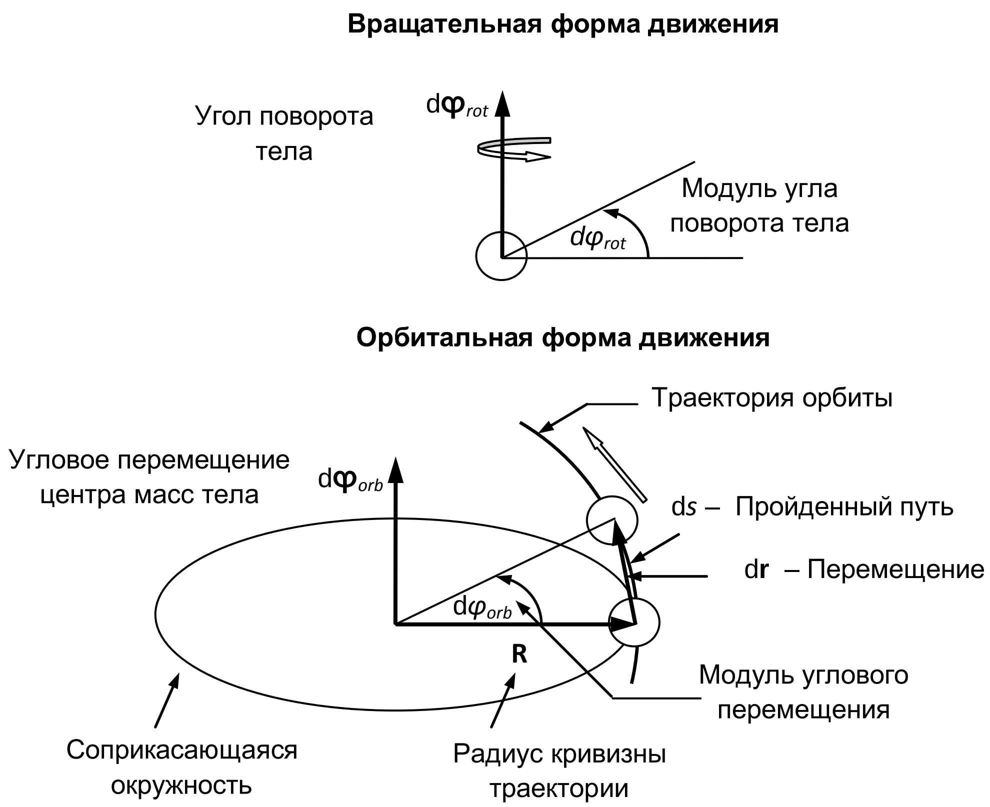

Рис. 2 Формы движения тела

Именно движения тела, а не движения материальной точки. Материальная точка – понятие математическое, оно не совместимо с реальным движением. При достаточно малых размерах тела применяют понятие "элементарная частица". С точки зрения математики это означает, что частица должна иметь бесконечно малые размеры. Это так с точки зрения макромира, но не микромира, где элементарные частицы могут отличаться по размерам на много порядков, не говоря уже о различии их свойств.

Координатой состояния движущегося тела в общем случае считается вектор перемещения $d\mathbf{r}$ его центра масс. **Перемещение** − это вектор, соединяющий точки конечного и начального положения центра масс движущегося тела. Однако не перемещение определяет форму движения, так как при различных формах движения координаты состояния различны. Классификация форм движения тела дает возможность уточнить их координаты состояния.

1. Прямолинейная форма движения. Ее координатой состояния является **линейное перемещение** центра масс тела. Эта форма движения допускает вращение движущегося тела относительно собственной оси.

2. Вращательная форма движения. Ее координатой состояния является псевдовектор **угла поворота** $d\boldsymbol{\varphi}_{rot}$ вращающегося тела. Эта форма движения относится к вращающемуся телу в целом, независимо от того, движется ли его центр масс. При этом движение отдельных частиц тела, не находящихся на оси вращения, не рассматривается.

3. Орбитальная форма движения. Рассматривает движение центра масс тела по криволинейной траектории с радиусом кривизны $\mathbf{R}$. Координатой состояния орбитальной формы движения является псевдовектор **углового перемещения** $d\boldsymbol{\varphi}_{orb}$ центра масс движущегося тела. При этой форме движения само тело может и не вращаться вокруг собственной оси. Орбитальная форма движения состоит в общем случае из 4-х форм движения: вращения тела вокруг собственной оси, вращения радиуса кривизны относительно центра кривизны траектории и двух прямолинейных движений центра масс тела (вдоль радиуса кривизны и перпендикулярно к нему).

4.2. В чем различие между углом поворота и угловым перемещением?

Для описания вращательного движения термин "перемещение" не приемлем, поскольку слово "перемещение" означает смену места. А при вращении тело место не меняет, его вращение характеризуется углом поворота тела $\boldsymbol{\varphi}_{rot}$. Но его частицы, не лежащие на оси вращения, место меняют, их движение характеризуется угловым перемещением $\boldsymbol{\varphi}_{orb.}$ Так что <u>угол поворота является самостоятельной псевдовекторной величиной, а не модулем углового перемещения</u>. Общее между этими угловыми величинами лишь то, что они обе измеряются в единицах плоского угла, и в СИ они считаются "безразмерностными".

Точно так же существует принципиальное различие между угловой скоростью вращения тела $\boldsymbol{\omega}_{rot} = \mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}_{rot}/\mathrm{d}t$ и угловой скоростью поворота радиуса кривизны $\mathbf{R}$ траектории движения центра масс тела $\boldsymbol{\omega}_{orb} = \mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}_{orb}/\mathrm{d}t$. Например, угловые скорости собственного вращения планет солнечной системы существенно отличаются от угловых скоростей движения центров масс планет вокруг Солнца. Более того, угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_{rot}$ любой планеты постоянна, а угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_{orb}$ той же планеты при ее движении вокруг Солнца переменна в пределах каждого орбитального цикла.

По поводу углового перемещения существует мнение, что оно не является вектором, потому что не подчиняется закону коммутативности. Но угловое перемещение является не истинным, а аксиальным вектором, псевдовектором.

Почти вся научная реальность использует понятия "угловое перемещение" и "угол поворота". Понятно, насколько важно, чтобы всё, что касается этих величин, было определено четко и обоснованно.

4.3. Особенности понятий "перемещение" и "путь"

Понятия "перемещение" и "путь" применяют для количественной оценки движения по криволинейной траектории (см. рис. 2). Перемещение $d\mathbf{r}$ при орбитальном движении является хордой, стягивающей дугу криволинейной траектории. Путь d*s* определяют, как длину траектории, пройденную центром масс тела, он позволяет рассчитать диссипативные потери энергии при движении тела. При движении по замкнутой орбите интерес представляет именно путь, а не перемещение, так как по завершению орбитального цикла перемещение становится равным нулю, а значение пути только наращивается с каждым циклом.

Перемещение $d\mathbf{r}$ при орбитальном движении является векторным произведением

$$d\mathbf{r} = [d\boldsymbol{\varphi}_{orb}\, \mathbf{R}] \quad . \qquad (4.1)$$

А перемещение по орбите − это путь d*s*, определяемый скалярным произведением

$$\mathrm{d}s = \mathbf{R}\, \mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}_{orb} \, . \qquad (4.2)$$

Если применять единицы СИ, то из уравнения (4.2) следует, что единица пути d*s* (метр) не соответствует единице произведения $\mathbf{R}\mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}_{orb}$ (м рад). На такое несоответствие уже обращалось внимание в статье [7], где было предложено считать единицу радиуса кривизны **R** равной м $об^{-1}$ (в СИ – единице м $рад^{-1}$). Эта же точка зрения была опубликована ранее в статьях [12, 13]. Непонятно, почему не обращается внимание на то, что при анализе единиц в уравнении (4.2) теряется единица радиан.

Единица радиуса кривизны **R**, равная м $об^{-1}$, – вывод, непривычный для физики и метрологии, но к нарушению правила размерностей он не приводит. Напротив, он приводит к единице для кривизны траектории, равной об $м^{-1}$ (в СИ – рад $м^{-1}$), вместо принятой в СИ единицы $м^{-1}$ (обратный метр).

4.4. В чем различие между углом поворота в физике и плоским углом?

При описании углового перемещения и угла поворота в литературе по физике наблюдается интересная ситуация: они часто определяются как скалярные величины, тогда как их производная по времени (угловая скорость) всегда определяется как векторная величина. Причиной такой несогласованности является, по-видимому, то обстоятельство, что угловое перемещение, как и угол поворота, оцениваются в единицах плоского угла.

Однако плоский угол – это геометрическая фигура, а его значение – это *математическая величина*, тогда как угол поворота является *физической величиной*. Вот наиболее общее определение плоского угла в геометрии [14]: "фигура, образованная двумя лучами или отрезками, называемыми *сторонами* угла, имеющими общую конечную точку, называемую *вершиной* угла".

Угловое перемещение оценивается не как физическая, а как геометрическая величина, то есть в единицах плоского угла, на который точка или линия поворачивается относительно заданной оси, то есть в радианах или градусах. А для определения плоского угла используется уравнение

$$\varphi = s/R \, , \qquad (4.3)$$

где s − длина дуги окружности; R − длина радиуса этой окружности. При этом не учитывается, что плоский угол − это геометрическая фигура, в определении которой ничего не говорится об окружности. Поэтому плоский угол нельзя характеризовать уравнением (4.3), как нельзя характеризовать его и тригонометрическими функциями углов треугольника.

Угол поворота – это физическая величина, характеризующая поворот луча, исходящего из центра вращения тела, относительно другого луча, считающегося неподвижным. И в качестве физической величины угол поворота никаким уравнением связи не определяется.

У основных величин по определению нет уравнения связи, поэтому ничто не препятствует принять угол поворота (угловое перемещение) в качестве основной величины системы величин ISQ. Для такой основной величины в СИ уже имеется единица, а следовательно, имеется и размерность. Предложение сделать радиан основной единицей СИ уже звучало ранее [15, 7].

В статье [16] предложено включить угол поворота (угловое перемещение) в состав основных величин системы ISQ с символом A (от angle). Естественно, в размерности всех величин, в уравнение связи которых входят угол поворота или угловое перемещение, должна входить размерность A. Это относится и к таким геометрическим величинам, как площадь круга, поверхность сферы, объём сферы и т.п., если эти величины входят в состав уравнений связи физических величин.

4.5. В каких единицах должен измеряться угол поворота?

Из определения угла, как геометрической фигуры, площадь которой ограничена двумя лучами, следует, что площадь такой фигуры бесконечна. Но для оценки значения угла можно применить отношение оцениваемого угла к полному плоскому углу, образованному путем полного оборота одного из лучей по отношению к другому лучу.

В общем случае отношение двух бесконечно больших величин неопределенно. Но отношение, получаемое при делении бесконечной площади оцениваемого плоского угла на бесконечную площадь полного плоского угла, является величиной конечной, так как значения длин лучей сокращаются. Это отношение изменяется от 0 до 1, или от 0 до *полного плоского угла,* единица которого называется оборот. На практике полный плоский угол делится на 360 дольных единиц (угловых градусов), в них и воспроизводят значение плоского угла различные измерительные эталоны плоского угла. Именно в угловых градусах, минутах и секундах приводятся данные во всех справочниках. То есть, на практике используется *градусная мера* плоского угла.

В теоретической физике применяется преимущественно *радианная мера* плоского угла, хотя радиан – это тоже доля оборота, но недостаточно точная. И для радиана измерительного эталона нет. Поэтому вызывает недоумение тот факт, что в СИ единицей угла избран радиан, а единицу оборот предписано изъять из обращения. Ведь в этом случае следовало бы изъять из метрологических стандартов и определение плоского угла, как геометрической фигуры, а вот это определение в стандартах осталось. Это является первой непоследовательностью в определении угла. Второй непоследовательностью является то, что во всех определениях и метрологических стандартах плоский угол оценивается отношением длин, а не отношением площадей.

И еще, если плоский угол определять как отношение длины дуги, вырезанной из окружности, к радиусу окружности, то и делимое, и делитель следует измерять, а на практике ни длину дуги, ни радиус окружности не измеряют. Длина дуги в физике – это не число, а путь, пройденный центром масс тела, это физическая размерностная величина.

Автор [4] пишет, что "можно было бы принять основной единицей оборот, но это потребовало бы пересмотра уравнений связи для когерентных производных единиц других угловых величин. Практический компромисс мог бы заключаться в применении радиана в качестве основной единицы угла, так что, например, угловые скорости будут определяться в рад/с, а не в неопределенной $с^{-1}$, используемой в настоящее время. Единица СИ для телесного угла, стерадиан, будет определяться как специальное название для единицы $рад^2$." По нашему мнению, такой пересмотр единицы плоского угла был бы полезен еще и тем, что приблизил бы теоретическую метрологию к измерительной практике. Тем более, что угловые скорости уже давно измеряются в рад/с (рад $с^{-1}$), в атомной физике – в об/с (об $с^{-1}$) и в технике – в об/мин (об $мин^{-1}$).

В одной из энциклопедий сказано, что "никакой принципиальной разницы между градусной и радианной мерой плоского угла нет, однако введение радианной меры позволяет придать многим формулам более простой вид". Это утверждение не бесспорно, упрощение одного приводит к усложнению другого. Применение множителей 2π и 4π настолько усложняло запись уравнений связи для физических величин в электромагнетизме, что стали применяться рационализованные системы единиц.

К сожалению, изменить радианы на обороты в стандартах, касающихся единиц плоских углов, пока сложно. Можно временно согласиться с тем, чтобы единицей являлся радиан в тех случаях, когда это удобно, но при одном важном условии: чтобы радиан определялся, как доля оборота в соответствии с выражением 1 радиан = $1/2\pi$ оборота.

4.6. Какими должны быть единицы величин, характеризующих вращение?

Покажем, как должны будут выглядеть уравнения связи, размерности и единицы для величин, характеризующих вращение, при применении размерности угла поворота А и единицы оборот, как это предлагается в статье [16].

Кинематические величины. Размерность угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ вращающегося тела становится AT^{-1} с единицей об $\mathrm{с}^{-1}$, а размерность углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$ вращающегося тела становится AT^{-2} с единицей об $\mathrm{с}^{-2}$.

В СИ не так давно появилась новая величина – угловая частота, называемая также частотой вращения. В разделе 5.3 обосновывается некорректность этого понятия и необоснованность его введения в физику.

Вращающий момент. Определяется из уравнения для приращение энергии вращающегося тела dW

$$\mathrm{d}W = \mathbf{M}\,\mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}_{rot} \,, \qquad (4.4)$$

где **M** – вращающий момент. Из уравнения (4.4) следует, что единица вращающего момента **M** размерность – Джоуль-на-оборот (Дж об^{-1}). В СИ это должно было бы соответствовать единице Джоуль-на-радиан (Дж рад^{-1}).

Иногда вращающий момент определяется из продифференцированного по времени уравнения (4.4), то есть, из уравнения для определения мгновенной мощности P вращения тела:

$$P = \mathbf{M}\,\boldsymbol{\omega}_{rot} \,. \qquad (4.5)$$

Определение **M** по уравнению (4.5) противоречит принципу причинности.

Единица вращающего момента **M** в СИ равна сейчас Н м = Дж, единица рад^{-1} отсутствует. Почему для образования единицы угловой скорости в СИ можно применить единицу радиан, а для образования единицы вращающего момента – нельзя, на этот вопрос СИ ответа не дает.

Момент инерции тела. Второй закон Ньютона применительно к вращательной форме движения должен записываться так:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{rot} = \mathbf{M}/\,J_z \,, \qquad (4.6)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}_{rot}$ – угловое ускорение вращающегося тела; J_z – момент инерции тела. В соответствии с уравнением (4.6) и при применения для вращающего момента **M** единицы Дж об^{-1} единица момента инерции J_z должна быть равной Дж с^2 об^{-2}, что соответствует в СИ единице Дж с^2 рад^{-2}. В настоящее время в СИ момент инерции J_z имеет единицу измерений кг м^2.

Если единицу кг расшифровать с помощью второго закона Ньютона $\mathbf{F} = m_{in}\mathbf{a}$, где m_{in} – инертная масса тела, и с помощью равенства кг = Дж с^2 м^{-2}, то легко прийти к выводу, что единица момента инерции кг м^2 равна единице Дж с^2. Сравнивая теперь эту единицу с единицей Дж с^2 рад$^{-2}$, полученной из уравнения (4.6), можно заметить, что в СИ у единицы J_z "потерялась" в делителе единица рад^2.

Угловой момент. Определяется уравнением

$$\mathbf{L}_z = J_z \boldsymbol{\omega}_{rot} \quad . \qquad (4.7)$$

Подставляя единицу J_z , равную Дж с^2 об$^{-2}$, и единицу **ω**, равную об с$^{-1}$, получаем единицу углового момента $\mathbf{L}_z$, равную Дж с об$^{-1}$, что соответствует в СИ Дж с рад$^{-1}$. Эта единица отличается от единицы постоянной Планка h, равной Дж с квант$^{-1}$, так как угловой момент характеризует непрерывное вращение, а постоянная Планка применяется в квантовой механике.

Момент импульса. Момент импульса в литературе часто считают синонимом углового момента и обозначают тем же символом $\mathbf{L}_z$. Однако момент импульса имеет иное физическое содержание и другое уравнение связи

$$\mathbf{L}_z = [\mathbf{R}\,\mathbf{p}_i] = [\mathbf{R}\,(m_{in}\,\mathbf{v}_\tau)] \,, \qquad (4.8)$$

где тангенциальная скорость тела, движущегося по орбите, $\mathbf{v}_\tau = [\mathbf{R}\ \boldsymbol{\omega}_{orb}]$. То есть в уравнениях (4.7) и (4.8) присутствуют две различные по значению и по содержанию угловые скорости. Поэтому угловой момент и момент импульса не должны считаться синонимами. Используя единицу радиуса кривизны **R**, равную м об$^{-1}$, получаем единицу момента импульса, равную кг м об$^{-1}$ с$^{-1}$ или Дж с об$^{-1}$.

У углового момента и момента импульса одинаковые единицы, но синонимами их считать нельзя. Содержание величины определяет ее уравнение связи, а не единица.

Момент силы. Между моментом силы и вращающим моментом имеется различие, которое в современной метрологии не замечается. Момент силы **N** связан с силой векторным уравнением

$$\mathbf{N} = [\mathbf{r}\,\mathbf{F}] \quad , \qquad (4.9)$$

где **r** – радиус-вектор, проведенный в точку приложения силы **F**. Согласно уравнению (4.9) единица момента силы Н м. Совпадение этой единицы с единицей энергии Дж, часто обсуждаемое в статьях метрологов, случайно, так как момент силы **N** является вспомогательной *статической* величиной, применяемой для проведения технических расчетов. Момент силы **N** не создает вращение, он только характеризует возможность появления вращения. В отличие от момента силы **N** вращающий момент **M** является *динамической* величиной, и его единица – Дж об$^{-1}$. Единицы момента силы и вращающего момента не совпадают.

Если бы мы отождествили вращающий момент с моментом силы, то есть определяли бы вращающий момент по уравнению

$$\mathbf{M} = [\mathbf{R}\,\mathbf{F}] \quad , \qquad (4.10)$$

где **R** – радиус кривизны траектории движения, то получили бы другую единицу силы, равную Дж м$^{-1}$ об$^{-1}$ = Н об$^{-1}$, так как единицей радиуса кривизны **R**, как показано в разделе 4.3, является м об$^{-1}$. (В СИ это соответствовало бы единице Дж м$^{-1}$ рад$^{-1}$ = Н рад$^{-1}$). Однако единица силы равна Дж м$^{-1}$. Так что и по этой причине нельзя отождествлять вращающий момент с моментом силы.

Если попытаться всё же осуществить такое отождествление, то в этом случае появилась бы необходимость отличать единицу силу **F** при прямолинейной форме движения от единицы *вращающей силы* $\mathbf{F}_{orb}$ при орбитальной форме движения.

Приведенные в данном разделе рассуждения показывают, что по вопросу о том, какой величиной является угол поворота, единодушия нет, и что в СИ единицу угла поворота то принято, то не принято применять в единицах величин, характеризующих вращательное движение. В этой связи автор полагает, что выдвинутое им в статье [7] мнение о том, что "пришла пора прекратить политику страуса, прячущего голову в песок", продолжает оставаться актуальным.

5. Единицы величин периодических процессов.

В современной метрологии и терминологии периодических процессов имеются примеры терминов и единиц, вызывающие вопросы, на которые пока ответа нет. Почему, к примеру, в СИ имеются три варианта представления фазы колебаний, приводящие к трем разным уравнениям, определяющим частоту колебаний, и к трем различным единицам частоты при одной и той же ее размерности? Как понимать термин ”угловая частота” при колебаниях, в которых отсутствует угловое перемещение? Почему период колебаний измеряется в СИ в секундах, хотя секунда измеряет длительность периода, а не сам период? Почему длина волны измеряется в метрах, а не в метрах, приходящихся на одну волну? Попробуем ответить на эти и другие подобные вопросы.

5.1. Размерности и единицы фазы и частоты колебаний

В СИ применяются три варианта представления фазы и частоты колебаний. Частота колебаний при одной и той же размерности имеет в СИ три разные уравнения связи и три разные единицы. Такая многоликость частоты колебаний является следствием того, что в роли фазы колебаний выступает то *целое число периодов* N за интервал времени Δt, то *один период* длительностью T, то выражение ($\omega_0 t + \varphi_0$), являющееся *нецелым числом*, где ω_0 называется угловой частотой, а φ_0 − начальной фазой, характеризующей долю периода. Термин *циклическая частота* в СИ не рекомендуется, хотя любые колебания являются циклическим процессом

Таблица 1. Варианты представления в СИ фазы и частоты колебаний

№ вар	Фаза колебаний				Частота колебаний			
	Термин	Обо-значе-ние	Раз-мер-ность	Еди-ница	Термин	Урав-нение	Раз-мер-ность	Еди-ница
1	Число периодов	N	–	–	Частота колебаний	$N / \Delta t$	Т $^{-1}$	с$^{-1}$
2	Длительность периода	T	Т	с	Частота колебаний	$f = T^{-1}$	Т $^{-1}$	Гц
3	Фаза колебаний	$\omega_0 t + \varphi_0$	–	рад	Угловая частота	$\omega_0 = d\varphi/dt$	Т $^{-1}$	рад/с

Вариант 1. Колебания рассматриваются как *квантуемый процесс*. Учитывается лишь тот интервал времени Δt, за который совершено целое число N полных периодов. Частота колебаний выражается отношением *числа периодов* к интервалу времени Δt.

Обратим особое внимание на то, что интервал времени Δt относится не к *периоду колебаний*, а к *длительности периода*, для которой естественны размерность Т и единица секунда. Так что в усечении термина "длительность периода" до слова "период" отсутствует логика. Везде говорится, что в секундах измеряется период колебаний, хотя это грубая ошибка. Период колебаний – это объект циклического процесса, самостоятельная физическая величина. Поэтому трудно переключить сознание на то, что единица периода колебаний – это штука, а секунда – это единица длительности периода. Трудно, но совершенно необходимо.

Вариант 2. Термин "число периодов" в этом варианте не применяется. Период определяется как интервал времени, в течение которого фаза изменяется на 2π. Единица частоты колебаний чаще всего записывается как Герц (Гц).

Частота колебаний определяется как величина, обратная длительности периода. В таком определении частоты колебаний исчезло физическое содержание самой частоты. Осталась только словесная формулировка математической операции.

Вариант 3. Основан на методе векторных диаграмм, в котором полная фаза колебаний включает целое число кругов, описанных радиус-вектором на ортогональной плоскости координат. Отсюда происходит ещё один не рекомендуемый в СИ термин – *круговая частота*.

Метод векторных диаграмм представляет собой математическую интерпретацию гармонических колебаний. В нем используется равномерное (мысленное) вращение радиус-вектора на плоскости ортогональных координат. Значение радиус-вектора соответствует значению амплитуды колебаний, а фаза колебаний трактуется как угол поворота радиус-вектора. Проекция конца радиус-вектора на координатную ось совершает линейное перемещение в соответствии с уравнением:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (5.1)$$

где x – текущее значение колеблющейся величины; A – амплитуда колебаний; $(\omega_0 t + \varphi_0)$ – *фаза* колебаний; ω_0 – *угловая частота*; φ_0 – *начальная фаза*. В отличие от 1-го варианта в 3-ем варианте колебания рассматриваются как *непрерывный циклический процесс*.

Если пренебречь 2-м вариантом, не замечающим наличия числа периодов, то остаются для рассмотрения 1-й и 3-й варианты: 1-й сохраняет физическое содержание процесса колебаний, но не замечает фазу колебаний, 3-й замечает фазу, но физическое содержание процесса колебаний интерпретируется математической абстракцией.

5.2. О путанице в обозначениях частоты колебаний

Запись уравнения (5.1) отличается от записи, приводимой в справочниках и учебниках, наличием нижнего индекса "$_0$". Этот индекс введён нами намеренно, чтобы отличить физические величины от математических величин: угловую скорость вращающегося тела ω от угловой частоты ω_0; угол поворота вращающегося тела φ от угла поворота радиус-вектора φ_0. Ведь. колебания могут быть любой природы, в том числе, и такие, в которых вращательного движения нет.

Разве нормально, что одним и тем же символом ω обозначаются в литературе угловая частота, угловая скорость вращающегося тела, частота колебаний электромагнитного излучения, частота переменного тока в электротехнике? Ведь речь идёт о слишком часто применяющихся физических величинах. Более того, подобную путаницу можно встретить в одном и том же учебнике, иногда даже чуть ли не на соседних страницах. В подобных случаях символика у разных по содержанию величин должна быть разной или они должны отличаться хотя бы индексами. По этой причине в данной статье уравнение (5.1) записано вопреки стандарту с нижними индексами "$_0$".

Один убедительный пример. В электротехнике практикуется запись реактивных сопротивлений в цепях переменного тока в виде $X_C = 1/(\omega C)$ и $X_L = \omega L$, где C – ёмкость, а L – индуктивность цепи. Но в цепи переменного тока угловой скорости ω нет, есть частота переменного тока f. Следовательно, реактивные сопротивления должны записываться в виде $X_C = 1/(2\pi fC)$ и $X_L = 2\pi fL$. Это тем более важно, что при изучении электрических машин действительно приходится иметь дело с угловой скоростью ω якоря, а она и численно, и по содержанию далека от частоты переменного тока.

5.3. Некорректность термина "угловая частота".

Проанализируем понятие "угловая частота" (синонимы: радиальная частота, циклическая частота, круговая частота), определяемое как скалярная физическая величина, мера частоты вращательного или колебательного движения.

Действительно, оба указанных вида движения являются циклическими, но их природа совершенно различна. Колебания являются *разнонаправленным движением* и не обязательно вращательным, а вращение является *однонаправленным движением*, характеризуемым векторной величиной, называемой угловая скорость.

Причиной такого некорректного объединения двух разных видов движения является широкое применение метода векторных диаграмм. При этом забывается, что вращающийся на координатной плоскости радиус-вектор является абстрактной математической, а не физической величиной. Но даже в этом случае следует говорить об угловой скорости радиус-вектора, а не об угловой частоте.

Автору как-то попался на глаза следующий аргумент в научной статье, оправдывающий подобную неопределённость в терминологии: "*Все и так всё понимают*". Скорее всего, все привыкли к существующему положению дел. А когда начинаёшь вникать, то сложившаяся ситуация как раз и становится труднопонимаемой, особенно для студентов.

5.4. Необходимые уточнения в метрологии процесса колебаний.

Процесс колебаний характеризуют пять физических величин: амплитуда, частота, фаза, число периодов и длительность периода. И только одна из них – длительность периода – имеет конкретную размерность, размерность времени. Размерность амплитуды соответствует размерности колеблющейся величины. А о размерностях фазы колебаний и числа периодов современная метрология ничего конкретного не говорит.

Рассмотрим два варианта представления процесса колебаний.

1. Непрерывный процесс колебаний, соответствующий реальному процессу, в котором фаза колебаний учитывает долю периода колебаний. В методе векторных диаграмм фаза определяется углом поворота радиус-вектора. В СИ угол поворота размерности не имеет, имеет только единицу радиан. Поэтому в табл. 1 и совпадают размерности угловой частоты, угловой скорости и частоты колебаний, все они равны T^{-1}. Различие между указанными величинами в СИ можно увидеть только по единицам, и то не всегда.

Но увидеть это различие можно, если угол поворота станет основной величиной и получит свою собственную единицу [16, 4]. Подробное обоснование такой возможности описано в статье [17] и вкратце изложено в разделе 4 данной статьи. Для размерности угла поворота предложен символ A и доказано, что его единицей должен быть оборот, а не радиан. А в разделе 3 для другой основной величины – количества объектов – рекомендуется применять символ N и единицу "штука". При описании процесса колебаний эту единицу можно называть "период". При этом различие между размерностью угловой скорости AT^{-1} с единицей "оборот-в-секунду" и размерностью частоты колебаний NT^{-1} с единицей "период-в-секунду" становится хорошо заметным. Единице "период-в-секунду" и логично приравнять единицу "Герц" (Гц).

2. Квантуемый процесс колебаний. При его использовании число периодов рассматривается только как целое число, а фаза колебаний не обсуждается. В табл. 2 показано, как изменятся размерности и единицы при предлагаемом обновлении размерностей и единиц.

Одна и та же размерность не должна принадлежать разным по содержанию величинам. При рассмотрении периодических процессов в СИ это условие не соблюдается, а при предлагаемом ее обновлении, судя по табл. 2, соблюдается.

Таблица 2. Предлагаемое изменение размерностей и единиц

<table>
<tr><th>Термин</th><th>Выра-жение</th><th>Размер-ность</th><th>Еди-ница</th><th>Термин</th><th>Выра-жение</th><th>Размер-ность</th><th>Еди-ница</th></tr>
<tr><td colspan="4">Периоды (СИ)</td><td colspan="4">Частота колебаний (СИ)</td></tr>
<tr><td>Число периодов</td><td>$\omega_0 t$</td><td>–</td><td>–</td><td rowspan="2">Частота колебаний</td><td>$f_0 = \omega_0 t/\Delta t$</td><td>$\mathrm{T}^{-1}$</td><td>$\mathrm{c}^{-1}$</td></tr>
<tr><td>Период</td><td>T</td><td>T</td><td>c</td><td>$f_0 = T^{-1}$</td><td>T^{-1}</td><td>c^{-1}</td></tr>
<tr><td colspan="4">Периоды (обновление СИ)</td><td colspan="4">Частота колебаний (обновление СИ)</td></tr>
<tr><td>Число периодов</td><td>N</td><td>N</td><td>пер</td><td rowspan="2">Частота колебаний</td><td rowspan="2">$f_0 = N/\Delta t$</td><td rowspan="2">NT^{-1}</td><td rowspan="2">пер c^{-1}</td></tr>
<tr><td>Длительность периода</td><td>$T = \Delta t/N$</td><td>$\mathrm{N}^{-1}\mathrm{T}$</td><td>с пер^{-1}</td></tr>
</table>

5.5. Необходимые уточнения в метрологии волнового движения

Для характеристики волнового движения дополнительно к величинам, характеризующим процесс колебаний, применяются две величины: *волновой вектор* **k** и *волновое число* $k = 2\pi/\lambda$, являющееся модулем волнового вектора, где λ − *длина волны*, измеряемая в СИ в метрах. Единицей волнового числа в СИ является так называемый обратный метр (м^{-1}) – не более понятная единица, чем обратная секунда или обратный моль.

Из формулы, определяющей длину волны электромагнитного излучения $\lambda = 2\pi c/\omega_0$ вытекает другая формула для расчёта волнового числа $k = \omega_0 /c$, где c – фазовая скорость электромагнитных волн. При использовании метода векторных диаграмм с учётом размерности угловой скорости радиус-вектора ω_0, равной AT^{-1}, и размерности c, равной LT^{-1}, после анализа размерностей мы приходим к размерности k, равной AL^{-1} с единицей об м^{-1}. В СИ это соответствует единице рад м^{-1}. Но это уже совсем не обратный метр.

Та же единица рад м^{-1} оказывается и в уравнении для определения перемещения фронта бегущей волны $\xi = A\cos(\omega_0 t - kx + \alpha)$, где ξ – колебательное смещение; α – начальная фаза. И в этом случае все слагаемые аргумента тригонометрической функции имеют одну и ту же единицу радиан. В СИ же при единице k, равной м^{-1}, слагаемое kx не имеет единицы, а слагаемые $\omega_0 t$ и α единицу имеют.

Каждая волна является не чем иным, как объектом волнового движения. Поэтому ничто не препятствует считать число волн количеством объектов волнового движения с размерностью N. При таком решении размерность длины волны будет равна LN^{-1} с единицей м волна^{-1}. И тогда физическое содержание длины волны становится предельно ясным: это именно длина одной-единственной волны.

В физике бывает удобно рассматривать квантовое волновое число $k_n = N/\lambda_n$, где N − число квантов, а λ_n − длина волны, соответствующая рассматриваемому виду излучения. Квантовое волновое число k_n может иметь размерность $\mathrm{L}^{-1}\mathrm{N}$ и единицу квант-на-метр (квант м^{-1}), а длина волны λ_n – размерность LN^{-1} и единицу м квант^{-1}. При этом k_n следует понимать как число квантов, приходящееся на один метр.

5.6. О названии единицы для циклических величин

Автор статьи [8] предложил для единицы величины с размерностью 1, являющейся *нецелым числом*, символ I и название heis. В этом случае им рассматривалась возможность использования для единицы heis приставок мега-, кило-, санти-, милли-, микро-, пико- и т.п. В другой более поздней статье [18] было предложено дать этой единице уже другое название uno и другой символ U и использовать эту единицу с приставками для замены десятичной доли, процента и промилле. Вопрос о названии этой единицы до сих пор остается открытым.

Общие выводы

Анализ "величин с размерностью единица" привел к следующим результатам:

1. Определены компоненты этого понятия (критерии подобия, циклические величины, характеризующие вращение, колебания и волны, количества объектов) и составлена их иерархическая схема (раздел 1.3).

2. Показано, что критерии подобия являются отношениями размерностных величин одного рода величины и поэтому могут быть охарактеризованы системной или внесистемной единицей делителя этого отношения (раздел 2).

3. Количество объектов должно быть включено в систему величин ISQ в качестве основной величины со своими размерностью и единицей; единица количества объектов пока называется по-разному в разных разделах физики (раздел 3).

4. Единица количества объектов должна быть включена в состав единицы постоянной Планка (раздел 3.6).

5. Количество вещества $n = N/N_A$, где N_A – постоянная Авогадро с единицей моль$^{-1}$, должно быть выведено из набора основных величин системы ISQ, вместо него должен применяться критерий подобия $n_A = N/A_N$, где A_N – число Авогадро (раздел 3.2).

6. Приведена классификация форм движения тела, согласно которой угол поворота тела вокруг собственной оси вращения и угловое перемещение центра масс тела, движущегося по криволинейной траектории, являются различными физическими величинами, оцениваемыми единицей плоского угла (раздел 4.1).

7. Угловые величины должно быть включены в систему величин ISQ в качестве основной величины со своими размерностью и единицей; их единицей должен стать оборот, оцениваемый полным плоским углом; радианная мера угла может быть оставлена как вспомогательная для теоретических расчетов (раздел 4).

8. Единицей радиуса кривизны траектории является метр об$^{-1}$, а не метр; единицей кривизны траектории является об м$^{-1}$, а не метр (раздел 4.3).

9. Единица угловой величины должна присутствовать в составе единиц всех величин, характеризующих вращательное движение, включая вращающий момент, момент инерции тела, угловой момент, момент импульса (раздел 4.6).

10. Число периодов колебаний и число волн являются частными случаями основной величины "количество объектов" и поэтому имеют размерность и единицу, которые должны присутствовать в размерностях и единицах фазы и частоты колебаний и волнового числа (раздел 5).

11. Единицей секунда измеряется длительность периода колебаний, а не период; частота колебаний измеряется в пер с$^{-1}$, а не в с$^{-1}$; длина волны измеряется в м волна$^{-1}$, а не в метрах (разделы 5.1 и 5.5).

12. Единицы типа м$^{-1}$ (обратный метр), с$^{-1}$ (обратная секунда) и моль$^{-1}$ (обратный моль) должны быть упразднены, как лишенные физического содержания.

Литература

1. 24th meeting of the General Conference on Weights and Measures, 2011. On the possible future revision of the International System of Units, the SI**.**

2. JCGM 200:2012. International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM), 3rd edition.

(русский перевод: http://mathscinet.ru/slaev/records/images/SlaevChun02.pdf)

3. Johansson I., 2010. Metrological thinking needs the notions of parametric quantities, units, and dimensions. *Metrologia*, **47**, p.p. 219-230.

4. Foster M.P., 2010. The next 50 years of the SI: a review of the opportunities for the e-Science age. Review Article. *Metrologia*, **47**, R41–R51

5. Mills I.M., Mohr P.J., Quinn T.J., Edwin R Williams E.R., 2006. Redefinition of the kilogram,

ampere, kelvin and mole: a proposed approach to implementing CIPM recommendation 1 (CI-2005). *Metrologia*, **43**, p.p. 227-246.
6. Emerson W.H., 2008. On quantity calculus and units of measurement. *Metrologia,* **45**, p.p. 134–138.
7. Коган И.Ш., 1998. К вопросу о размерности и единицах измерений безразмерных физических величин. - *Законодательная и прикладная метрология*, **4**, с.с. 55-57.
8. Mills I.M., 1994-95. Unity as a Unit. *Metrologia*, **31**. p.p. 537-541.
9. Коган И.Ш., 2011. Число структурных элементов как основная физическая величина. - *Мир измерений*, **10**, с.с. 46-50.
10. Johansson I., 2014. Constancy and Circularity in the SI. *Metrology Bytes*, 25 p.
11. Etkin V.A. Energodynamics (Thermodynamic Fundamentals of Synergetics). New York, 2011, 480 p.
12. Eder W.E., 1982. A viewpoint on the quantity "plane angle". *Metrologia*, **18**, p.p. 1–12.
13. Oberhofer E.S., 1992. What happens to the “radians“? *Phys. Teach*., **30**, p.p. 170–171
14. Sidorov L.A., 2001. "Angle", in Hazewinkel, Michiel, *Encyclopedia of Vathematics*, Springer.
15. Yudin M.F., 1998. The problem of the choice of the basic SI units. *Meas. Tech*. **4**. p.p. 873–875
16. Коган И.Ш., 1998. О возможном принципе систематизации физических величин. - *Законодательная и прикладная метрология*, **5**. с.с. 30-43.
17. Коган И.Ш., 2011. Угол поворота – основная физическая величина. *Законодательная и прикладная метрология*, **6**, p.p. 55-65
18. Quinn T.J., Mills I.M., 1998. The use and abuse of the terms percent, parts per million and parts in 10^n. *Metrologia*, **35**, p.p. 807–810.