

## Единицы производных величин $s^{-1}$ и $m^{-1}$ ошибочны

**АННОТАЦИЯ.** Наличие в СИ производных величин, размерность которых равна размерности основной величины в минус первой степени, противоречит физическому содержанию этой производной величины. Представлены два разных варианта исправления этой ситуации.

Если размерность какой-нибудь производной физической величины равна только размерности основной физической величины в минус первой степени, то это означает, что у такой производной величины имеется определяющее уравнение, в котором основная величина находится в знаменателе. А в числителе определяющего уравнения этой производной величины отсутствует какая-либо размерная физическая величина. И это лишает подобную производную величину физического содержания, если только это не [удельная величина](#).

Имеется, прежде всего, в виду то, что не должно быть физических величин с размерностями  $L^{-1}$  или  $T^{-1}$  и единицами измерения  $m^{-1}$  и  $s^{-1}$ . Тот факт, что такие размерности и единицы широко и на законных основаниях используются в СИ, говорит о необходимости устранения указанного недостатка в этой системе единиц. Рассмотрим причины появления этой ошибки и способы ее устранения.

### 1. Примеры производных величин с размерностью основной величины в минус первой степени.

Размерности четырех физических величин (угловой скорости вращающегося тела, частоты вращения, частоты обращения и частоты колебаний) в СИ совпадают и равны  $T^{-1}$ . Уже сам факт совпадения размерностей таких разных по содержанию производных величин противоречит физическому смыслу, так как указанные величины относятся к принципиально разным формам движения (вращению, колебаниям и волновому излучению). Правда, в Международном словаре по метрологии JCGM 200:2012 сказано: "Единицы измерения величин одинаковой размерности могут иметь одинаковые наименования и обозначения, даже когда величины не являются однородными". И, чтобы хоть как-то различать эти величины, метрологи присвоили **угловой скорости** единицу рад/с, **частоте вращения** – единицу  $s^{-1}$ , **частоте обращения** – единицу об/с и **частоте колебаний** – единицу Гц. Но это еще больше запутывает ситуацию, так как возникает вопрос: почему величины с одной и той же размерностью имеют разные единицы.

Известно, что угловая скорость принципиально отличается от частоты вращения тем, что угловая скорость принадлежит реальному вращающемуся телу, а частота вращения является угловой скоростью абстрактного радиус-вектора на абстрактной векторной диаграмме. Что касается частоты колебаний, то она характеризует не вращение, а любой периодический процесс, независимо от того, что, как и в какой форме движения колеблется. Крутильные колебания являются лишь частным случаем периодического процесса.

Примером совпадения размерностей разных физических величин является совпадение размерностей  $L^{-1}$  у таких совершенно разных физических величин, как кривизна траектории движущегося тела и волновое число. От того, что единица кривизны называется "обратным метром", а единица волнового числа так не называется, ситуация не проясняется.

### 2. Два разных варианта исправления существующего положения

Ниже представлена **Таблица сравнения**, в которой сравниваются символы, размерности и единицы двух десятков важнейших физических величин. В колонках 3, 6, и 8 это

указывается в соответствии со стандартом ГОСТ 8.417-2002, введенным в 2003 г. на базе СИ. В колонках 4 и 9 то же самое указывается в соответствии с работой А.Митрохина (2010). В колонках 5, 7 и 10 – в соответствии с работой И.Когана (2011).

№	Величина	Символ			Размерность		Единица		
		СИ	[4]	[5]	СИ	[5]	СИ	[4]	[5]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Длина прямой линии	$l$	L	$l$	L	L	м	1[м]	м
2	Плоский угол	$\alpha$	$\alpha$	$\varphi$	1	A	рад	1[1], 2 $\pi$	об
3	Время	$t$	T	$t$	T	T	с	1[с]	с
4	Длина дуги	$s$	L	$s$	L	L	м	1[1], 2 $\pi$ , 1[м]	м
5	Радиус кривизны	$R$	-	$R$	L	LA <sup>-1</sup>	м	-	м/об
6	Кривизна траектории	$\rho$	$\rho$	$\rho$	L <sup>-1</sup>	L <sup>-1</sup> A	м <sup>-1</sup>	1/[м <sub>2</sub> ]	об/м
7	Скорость линейная	$v$	V	$v$	LT <sup>-1</sup>	LT <sup>-1</sup>	м/с	1[м/с]	м/с
8	Скорость угловая	$\omega$	$\omega$	$\omega$	T <sup>-1</sup>	AT <sup>-1</sup>	$c^{*1} =$ = рад/с	1[1/с]	об/с
9	Частота вращения	$n$	n	-	T <sup>-1</sup>	-	$c^{*2} =$ = об/с	1[об/с]	-
10	Угловая частота	$\omega$	-	$\omega_0$	T <sup>-1</sup>	-	$c^{*3} =$ = рад/с	-	-
11	Период колебаний	$T$	-	-	T	-	с	-	-
12	Число периодов	-	-	$N$	-	$N$	-	-	пер
13	Длительность периода	-	-	$T$	-	$N^{-1}T$	-	-	с/пер
14	Частота колебаний	$f$	f	$f$	T <sup>-1</sup>	NT <sup>-1</sup>	$c^{*4} =$ = Гц	1[кол/с] = = 1[Гц]	пер/с = Гц
15	Фундамент. константа	$\pi$	-	2 $\pi$	-	AN <sup>-1</sup>	-	-	об/пер
16	Длина волны	$\lambda$	-	$\lambda$	L	LN <sup>-1</sup>	м	-	м/пер
17	Волновое число	$k$	U	$k$	L <sup>-1</sup>	L <sup>-1</sup> N	м <sup>-1</sup>	1[1/м]	пер/м
18	Энергия	$E$	E	$W$ $E$	L <sup>2</sup> MT <sup>-2</sup>	E	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} =$ = Дж	1[Н·м] = = 1Дж	Дж
19	Сила	$F$	-	$F$	LMT <sup>-2</sup>	EL <sup>-1</sup>	$m \cdot kg \cdot s^{-2} =$ Н	1[Н]	Дж/м = = Н
20	Момент силы	$M_0$	M	$N$	L <sup>2</sup> MT <sup>-2</sup>	E	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} =$ = Н·м	[Н·м] / [1]	Н·м
21	Вращающий момент	-	-	$M$	-	EA <sup>-1</sup>	-	-	Дж/об

Оба автора стремятся устранить несовершенство СИ. И, действительно, в колонках 9 и 10 отсутствуют единицы м<sup>-1</sup> и с<sup>-1</sup>. Но средства для достижения этой цели выбраны авторами разные. А.Митрохин предлагает в существующую систему единиц добавить еще одну основную единицу, названную им **качественной единицей**, обозначаемую символом [1]. Тем самым он как бы реализует прим. 2 из п. 1.8 Международного словаря по метрологии JCGM 200:2012 "Единицы измерения и значения величин с размерностью 1 есть числа, но они выражают больше информации, чем просто число". А И.Коган

разработал [систему величин ЭСВП](#), в [набор основных величин](#) которой добавлены энергия с размерностью  $E$ , угол поворота с размерностью  $A$  и число структурных элементов с размерностью  $N$ . В колонке 7 Таблицы представлены размерности производных величин в системе ЭСВП, а в колонке 10 – единицы, соответствующие этим размерностям.

### 3. Чем отличаются единицы СИ и единицы в колонках 9 и 10 таблицы

1. В Таблице понятие “плоский угол” сохранено. Но в системе ЭСВП (колонка 10) в качестве основной физической величины рассматривается не плоский угол, а угол поворота, имеющий единицу оборот (об), а единицу рад (радиан) предложено считать внесистемной единицей. Ведь на практике угол поворота измеряют не в радианах, а в долях от оборота, то есть в угловых градусах, угловых минутах, угловых секундах, для них существует измерительный эталон (Л.Брянский, 2002). При применении для угла поворота единицы оборот исчезает необходимость в применении для этой же цели “качественной единицы”.

2. В колонке 9 единицей кривизны траектории (строка 6) является  $1/[m_R]$ , из чего ясно, что для радиуса кривизны траектории применена особая единица  $[m_R]$ , отличающаяся от обычной единицы длины. [Длина пути](#)  $ds$ , пройденного по траектории (она же – длина дуги в строке 4), определяется по уравнению  $ds = R d\varphi$ , где  $d\varphi$  – угол поворота и  $R$  – радиус окружности, соприкасающейся с траекторией, то есть **радиус кривизны**. Анализ уравнения  $ds = R d\varphi$  в системе ЭСВП показывает, что правило размерностей выполняется при условии, что размерность  $ds$  равна  $L$ , размерность угла поворота  $d\varphi$  равна  $A$  и размерность радиуса кривизны  $R$  равна  $LA^{-1}$  с единицей  $m \text{ об}^{-1}$ . Единица  $m \text{ об}^{-1}$  и является аналогом единицы  $[m_R]$ . Тогда размерность кривизны траектории  $\rho = 1/R$  равна  $L^{-1}A$ , а единица кривизны равна  $m^{-1} \text{ об}$ , что и представлено в колонке 10.

3. Единица угловой скорости  $\omega$  вращающегося тела (строка 8) в ЭСВП –  $\text{об с}^{-1}$ , а не  $\text{рад с}^{-1}$ , как в СИ. У применяемых в СИ понятий “частота вращения”  $n$  (строка 9) и “угловая частота”  $\omega$  (строка 10) одно слово термина не согласуется с другим, так как слово “частота” относится к колебаниям, а слова “вращения” и “угловая” относятся к вращательному движению. А колебания не обязаны быть связанными только с вращением. Правда, в физике используется [математический метод векторных диаграмм](#), в котором  $\omega$  – угловая скорость радиус-вектора, вращающегося на векторной диаграмме. Но в этом методе  $\omega$  – это уже абстрактная математическая, а не физическая величина.

4. В ЭСВП основной величиной вместо количества вещества в СИ является [число структурных элементов](#) (количество объектов), общепринятое название единицы которого еще отсутствует, а в волновых и колебательных формах движения применяется единица период (пер), что отражено в строках 12-17 в колонке 10. А та величина, которая называется сейчас в физике периодом и измеряется в секундах (строка 11), на самом деле является длительностью периода (строка 13). Именно длительность периода должна измеряться в  $\text{с пер}^{-1}$ , а не в секундах, как сейчас.

5. Для частоты колебаний (строка 14) вместо единицы  $[\text{кол/с}]$  в колонке 9 применена единица  $\text{пер с}^{-1}$  в колонке 10. Единица период относится только к числу периодов (строка 12), как частному случаю [числа структурных элементов](#)  $N$  периодического процесса. Показано, что понятие “один период” должно быть применено при  $N = 1$ , и его единицей также является период.

6. По-новому выглядит в ЭСВП [фундаментальная константа  \$\pi\$](#)  (строка 15). Показано, во-первых, что фундаментальной константой является  [\$2\pi\$ , а не  \$\pi\$](#) , и, во-вторых, что константа  $2\pi$  при использовании [метода векторных диаграмм](#) приобретает размерность  $AN^{-1}$  и единицу  $\text{об пер}^{-1}$ . Это позволяет соблюсти правило размерностей в уравнении  $\omega = 2\pi f$ , связывающем реальный периодический процесс с абстрактной угловой скоростью радиус-вектора в методе векторных диаграмм.

7. При волновом движении каждая волна в системе величин ЭСВП также является частным случаем числа структурных элементов  $N$ , и поэтому длина волны (строка 16) должна измеряться в  $\text{м пер}^{-1}$ , а не в метрах, как в СИ. Следовательно, и волновое число (строка 17) должно измеряться в  $\text{пер м}^{-1}$ , а не в  $\text{м}^{-1}$ , как в СИ, или в  $[\mathbf{1/м}]$ , как в колонке 9.

8. По поводу момента силы (строка 20) следует заметить, что это статическая искусственно введенная в физику величина, поэтому равенство размерностей у энергии и у момента силы случайно. Момент силы не связан непосредственно с вращением, это вспомогательная величина для статических систем, и применение угловой единицы для оценки его значения не обосновано. На вращающееся тело воздействует вращающий момент (строка 21), единица которого  $\text{Дж об}^{-1}$  как раз и соответствует единице  $[\mathbf{Н\cdot м}]/[\mathbf{1}]$ , примененной в строке 20 по отношению к моменту силы. При такой постановке вопроса отсутствует равенство размерностей энергии и вращающего момента, считающееся недостатком СИ (М.Юдин и др., 1889).

### Литература

1. Брянский Л.Н., 2002, Непричесанная метрология. М.: ПОТОК-ТЕСТ, 160 с.
2. ГОСТ 8.417-2002. Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы величин. – М.: Издательство стандартов, 2003.- 27 с.
3. Коган И.Ш., 1998, О единицах измерения физических величин, описывающих вращательное движение. – Киров: “Машиностроение. Конструирование и технология.”, Сборник научных трудов ВятГТУ, 3, с.с. 62-64.
4. Коган И.Ш., 1998, О возможном принципе систематизации физических величин. – М.: «Законодательная и прикладная метрология», № 5, с.с. 30-43.
5. Коган И.Ш., 2006, Обобщение и систематизация физических величин и понятий. – Хайфа, 207 с.
6. Коган И.Ш., 2011, Метрологические и терминологические проблемы описания периодических процессов и выбора единиц измерений. – “Мир измерений”, 6, с.с. 12-18.
7. Митрохин А.Н., 2000, Математика и ее роль в анализе размерностей и образовании единиц измерения. – М.: «Законодательная и прикладная метрология», № 5, с.с. 39-47
8. Митрохин А.Н., 2002, К вопросу об адекватности некоторых понятий, определений и терминов метрологии или слово в защиту единицы измерения. – М.: «Законодательная и прикладная метрология», № 5, с.с. 37-45
9. Митрохин А.Н., 1996, О взаимодействии размерностей в математических преобразованиях. – М.: Транспорт, 102 с.
10. Митрохин А.Н., 2010, Качественная единица как элемент размерностного анализа или к вопросу о размерности “безразмерных” величин. – М.: «Законодательная и прикладная метрология», № 3
11. Чертов А.Г., 1990, Физические величины. – М.: Высшая школа, 336 с.
12. Юдин М.Ф., Селиванов М.Н, Тищенко О.Ф., Скороходов А.И., 1989, Основные термины в области метрологии. – М.: Изд. Стандартов, 113 с.
13. JCGM 200:2012 International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM). 3rd ed. 2008 version with minor corrections. URL: [http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM\\_200\\_2012.pdf](http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM_200_2012.pdf),
14. Русский перевод JCGM 200:2008: Международный словарь по метрологии. Основные и общие понятия и соответствующие термины. - ВНИИМетрологии им. Д. И. Менделеева, Белорус. гос. ин-т метрологии. Изд. 2-е, испр. — СПб.: НПО «Профессионал», 2010. — 82 с. URL: <http://mathscinet.ru/slaev/records/images/SlaevChun02.pdf>